

**STUDENTSKE PRAKSE MATEMATIČKOG INSTITUTA SANU
2025.**



Razvoj algoritama za probleme optimizacije

Mentori.

Tatjana Davidović, tanjad@mi.sanu.ac.rs

Dragan Urošević, draganu@mi.sanu.ac.rs

Slobodan Jelić, sjelic@grf.bg.ac.rs

Raka Jovanović, rjovanovic@hbku.edu.qa

Dušan Ramljak, dusan@psu.edu

Opis. Ova tema pripada naučnoj disciplini Operaciona istraživanja. Rad bi bio usmeren na razvoj matematičkih modela, egzaktnih i heurističkih metoda optimizacije za različite, akademske i praktične probleme optimizacije (optimizacija na grafovima, raspoređivanje, transport, lokacija, novije varijante problema trgovačkog putnika, itd.). Pored primene različitih egzaktnih metoda opšte namene (npr. CPLEX, Gurobi, LINGO), razvijali bi se egzaktni i heuristički algoritmi specifični za konkretan razmatrani problem. Posebna pažnja bila bi posvećena metaheuristikama, približnim metodama opšte namene koje omogućavaju da se prevaziđu nedostaci egzaktnih metoda, tj. veliki zahtevi za vremenskim i memorijskim resursima. Specijalno bi se promovisale one metaheuristike koje su razvili srpski istraživači: Metoda promenljivih okolina (Variable Neighborhood Search, VNS) i Optimizacija kolonijom pčela (Bee Colony Optimization, BCO). Istraživanja bi takođe bila usmerena ka hibridizaciji metaheuristika sa postojećim i novorazvijenim tehnikama mašinskog učenja. Pored razvoja i implementacije, radilo bi se na paralelizaciji, teorijskoj i empirijskoj analizi metaheuristika. Značajan segment istraživanja u okviru letnje prakse bio bi usmeren na implementaciju optimizacionih metoda za rešavanje problema optimizacije koji se javljaju u nauci i industriji. Kroz taj rad, studentima se omogućuje razvoj i primena veština i tehnika vezanih za programiranje, optimizaciju, teoriju grafova i mašinsko učenje. Zainteresovanim studentima će biti omogućeno da primenjuju tehnike iz nauke o podacima, kao što su vizualizacija, analiza podataka, teorija igara, učenje sa podsticajem (reinforcement learning), udruženo učenje (collaborative learning), sistemi preporuka (recommender systems).

Preduslovi: programerske veštine, C ($C++$), $C\#$, Java, R, Python. Takođe, predlažemo studentima da se upoznaju sa postojećim softverima za pronalaženje optimalnih vrednosti parametara metaheurističkih metoda (npr. *iRace*).

Relevantna literatura:

1 IBM ILOG CPLEX 12.7 Optimization Studio CPLEX User's Manual, 2017.

https://www.ibm.com/support/knowledgecenter/SSSA5P_12.7.1/ilog.odms.studio.help/pdf/usrcplex.pdf

2 LINGO - The Modeling Language and Optimizer, LINDO Systems Inc. 2020.

<https://www.lindo.com/downloads/PDF/LINGO.pdf>

3 Gurobi Optimizer Reference Manual, Version 9/0, Gurobi Optimization LLC, 2020.

https://www.gurobi.com/wp-content/plugins/hd_documentations/documentation/9.0/refman.pdf

4 Woeginger, Gerhard J. “Exact algorithms for NP-hard problems: A survey”. Combinatorial optimization—eureka, you shrink!. Springer, Berlin, Heidelberg, 2003. 185–207.

5 Talbi, El-Ghazali, Metaheuristics: from design to implementation, John Wiley and Sons, 2009.

6 Hansen, Pierre, et al., Variable neighborhood search: basics and variants, EURO Journal on Computational Optimization 5(3):423-454, 2017.

7 Davidović, Tatjana, Bee Colony Optimization: Recent Developments and Applications, (plenary talk), Proc. Balkan Conference on Operational Research, BALCOR 2015, Constanta, Romania, Sept. 9-12, 2015. Mircea cel Batran Naval Academy Scientific Bulletin, 18(2):225-235, 2015.

Slučajne strukture u algebarskoj topologiji

Mentor.

Đorđe Baralić, djbaralic@mi.sanu.ac.rs

Opis. Verovatnoća i slučajne strukture imaju široku primenu svuda. Od Erdoš-Reni modela slučajnog grafa intenzivno se vrše proučavanja topoloških karakteristika slučajnih diskretnih struktura kao što su različiti modeli slučajnih kompleksa. Cilj ove prakse je upoznavanje sa osnovama ove veoma zanimljive i moderne matematičke discipline.

Hibridizacija metaheuristika sa metodama mašinskog učenja

Mentor.

Luka Matijević, luka@turing.mi.sanu.ac.rs

Opis. Optimizacioni problemi čine osnovu brojnih poslovnih i industrijskih procesa. Među najpoznatijim primerima su problemi rutiranja vozila, raspoređivanja zadataka, alokacije resursa i mnogi drugi. Budući da je pronalaženje optimalnog rešenja za ovakve probleme često računarski vrlo zahtevno, u praksi se široko primenjuju metaheurističke metode koje omogućavaju pronalaženje dovoljno dobrih rešenja u razumnom vremenskom okviru. Tokom ove letnje škole, učesnici će se baviti integracijom elemenata mašinskog učenja u metaheuristike, čime se formiraju tzv. learnheuristike – hibridne metode koje koriste prednosti oba pristupa. Mašinsko učenje se može koristiti za:

- dinamičko podešavanje hiperparametara metaheuristike
- adaptivni izbor okolina u lokalnoj pretrazi
- za odabir konkretne metaheuristike u zavisnosti od karakteristika problema koji se rešava
- etc.

Poseban akcenat biće stavljen na sledeće metaheuristike:

- Metoda promenljivih okolina (eng. Variable Neighborhood Search),
- Genetski algoritmi (eng. Genetic Algorithms),
- Memetski algoritmi (eng. Memetic Algorithms).

Po želji i interesovanju učesnika, moguće je obraditi i druge metode. Spisak velikog broja metaheuristika se može pronaći na adresi:

<https://www.mi.sanu.ac.rs/~luka/resources/phd/AppendixA.pdf> Od učesnika se očekuje osnovno poznavanje programiranja, najpoželjnije u C/C++ ili Python programskim jezicima. Literatura:

1. Talbi, El-Ghazali. Metaheuristics: from design to implementation. John Wiley & Sons, 2009.
2. Hansen, Pierre, Mladenović, Nenad, Todosijević, Raca, and Hanafi, Sa id. “Variable neighborhood search: basics and variants”. In: EURO Journal on Computational Optimization 5.3 (2017)
3. Affenzeller, Michael, Wagner, Stefan, Winkler, Stephan, and Beham, Andreas. Genetic algorithms and genetic programming: modern concepts and practical applications. Crc Press, 2009.
4. Calvet, L., Armas, J.D., Masip, D. and Juan, A.A., 2017. Learnheuristics: hybridizing metaheuristics with machine learning for optimization with dynamic inputs. Open Mathematics, 15(1), pp.261-280.

Jednačine Jang-Baksterovog tipa i generalizacije

Mentori.

Bogdan Đorđević, bogdan.djordjevic@turing.mi.sanu.ac.rs

Nebojša Dinčić, ndincic@hotmail.com

Opis. Originalna Jang-Baksterova jednačina je relacija koja proizilazi iz statističke mehanike. Naime, u smislu integrabilnosti posmatranog kvantno-mehaničkog sistema, uočava se uslov simetrije koji zahteva da važi jednakost $AXA = XAX$, pri čemu su A i X određena preslikavanja definisana na asocijativnim aplebama. Kako je osobina nekomutativnosti imperativna u ovakvim problemima, u svetu pimenjene matematike je itekako aktuelan problem rešavanja (kao i karakterisanje skupa rešenja) jednačina koje liče na polaznu Jang-Baksterovu jednačinu.

Glavni zadatak ove teme je rešavanje algebarske jednačine $AXA = XAX$, kao i njenih generalizacija poput $AXA = XAX + XA + AX$ i $A(XA)^m = X(AX)^m$, posmatranih na različitim strukturama (skalarnim matricama, algebrama operatora, asocijativnim algebrama, itd). Pravci istraživanja zavise prevashodno od predznanja i preferenci kandidata: od apstraktne algebre i analize, teorije grafova, preko matrične analize, numeričkih metoda, pa do rešavanja pomoću neuronskih mreža.