Izbornom veću

Matematičkog fakulteta

Univerziteta u Beogradu

Na 111. sednici Izbornog veća Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu, održanoj 20.10.2023. godine, određeni smo za članove Komisije za pisanje izveštaja o kandidatima koji učestvuju na konkursu za izbor docenta za užu naučnu oblast *Geometrija.*

U zakonskom roku na konkurs za docenta za užu naučnu oblast Geometrija, koji je raspisan i objavljen u listu „Poslovi", 8.11.2023. godine, prijavio se jedan kandidat-dr Miloš Đorić. Komisija, na osnovu priložene dokumentacije, podnosi Izbornom veću Matematičkog fakulteta sledeći

IZVEŠTAJ

Miloš Đorić rođen je u Beogradu 06. februara 1988. godine, gde se i školovao. Osnovnu školu Ivan Milutinović je završio 2002. godine, sa prosekom 5.00 i kao nosilac Vukove diplome, titule đaka generacije, kao i specijalnih diploma za matematiku, srpski jezik i fiziku. Matematičku gimnaziju u Beogradu upisao je 2002. godine gde je maturirao 2006. godine sa prosekom 4.95, kao nosilac titule đaka generacije. Miloš Đorić je 2006. godine upisao studije na Matematičkom fakultetu u Beogradu na smeru Teorijska matematika i primene. Diplomirao je 2010. godine sa prosečnom ocenom 10.

Miloš Đorić je 2010-2011. godine na Matematičkom fakultetu u Beogradu završio master studije sa prosekom 10 i odbranio master tezu "Vajerštrasova reprezentacija minimalnih površi" (mentor: profesor Mirjana Đorić). On je 2011. godine upisao doktorske studije na Matematičkom fakultetu u Beogradu iz oblasti Geometrije. Sa ocenama 10 položio je sve ispite i 19.4.2022. godine odbranio doktorsku tezu "Geodezijske linije i hiperpovrši blizu Kelerove mnogostrukosti $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$" (mentor: profesor Mirjana Đorić).

Miloš Đorić od 2011. godine radi na Katedri za geometriju Matematičkog fakulteta u Beogradu, kao saradnik u nastavi (2010-2012), asistent (2012-2019), asistent praktične nastave (2019-2022) i asistent sa doktoratom (2022-2023). U ovom periodu držao je vežbe za kurseve: Geometrija 2 (euklidska i hiperbolička geometrija, sintetički pristup), Geometrija 3 (krive i površi u R^3), Geometrija 5 (afina, euklidska i projektivna geometrija, analitički pristup), Euklidska geometrija, Uvod u diferencijalnu geometriju, Odabrana poglavlja geometrije A, Odabrana poglavlja geometrije B, Odabrana poglavlja diferencijalne geometrije (master studije). Takođe, Miloš od 2010. godine radi u Matematičkoj gimnaziji u Beogradu (kao spoljni saradnik) i drži nastavu iz predmeta Analiza sa algebrom (za sve razrede) i Geometrija (za prvi i drugi razred), a od 2017. godine u Računarskoj gimnaziji u Beogradu drži dodatnu nastavu iz matematike (za sve razrede).

Miloš je dobitnik mnogobrojnih nagrada:

- Nagrada Matematičkog fakulteta za uspešno studiranje, školske 2007/08, 2008/09 i 2009/10.
- Nagrada Udruženja univerzitetskih profesora i naučnika Srbije školske 2009/10.
- Nagrada Vlade Republike Srbije za 1000 najboljih studenata 2010/11.
- Međunarodna takmičenja učenika osnovnih i srednjih škola: bronzana medalja na Juniorskoj balkanskoj matematičkoj olimpijadi u Rumuniji, školske 2004/05; pohvala na 46. Međunarodnoj matematičkoj olimpijadi u Meksiku, školske 2004/05; bronzana medalja na Balkanskoj matematičkoj olimpijadi u Rumuniji, školske 2004/05; srebrna medalja na 1. Dunavskom kupu mladih matematičara u Rumuniji, školske 2005/06.

- Više nagrada na republičkim i saveznim takmičenjima iz matematike i fizike za učenike osnovnih i srednjih škola.
- Nekoliko nagrada u časopisima Matematički list i Tangenta za uspešno rešavanje nagradnih zadataka.
- Nagrada Fonda za mlade talente 2006.
- Stipendista Ministarstva nauke 2006-2010.
- Nagrada Matematičkog instituta SANU za najbolju doktorsku disertaciju iz matematike u 2022. godini.

Naučni radovi:

- Miloš Djorić, Mirjana Djorić, Marilena Moruz, Geodesic lines on nearly Kähler $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, J. Math. Anal. Appl. 466 (2018) 1099-1108.
  3 citata, M 21, IF: 1.190
  https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2018.06.040
- Miloš Djorić, Mirjana Djorić, Marilena Moruz, Real hypersurfaces of the homogeneous nearly Kähler $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ with $\mathcal{P}-$isotropic normal, J. Geom. Phys. 160 (2021) 103945.
  2 citata, M 22, IF: 1.056
  https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2020.103945
- Miloš Djorić, Hypersurfaces of homogeneous nearly Kähler $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ whose normal vector field is $\mathcal{P}-$principal, Mediterr. J. Math. 18, 251 (2021).
  M 21, IF: 1.4
  https://doi.org/10.1007/s00009-021-01916-0
- M. B. Djoric, M. Djorić, On the isometries of homogeneous nearly Kähler $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, Filomat 37 (25) (2023).
- B. Y. Chen, M. B. Djorić, M. Djorić, Quasi-Yamabe and Yamabe solitons on hypersurfaces of nearly Kähler manifolds, Mediterr. J. Math. 21, 10 (2024).
  M 21, IF: 1.4
  https://doi.org/10.1007/s00009-023-02546-4

Učešće na konferencijama:

- 2013-Letnja naučna škola BMS/SFB Summer school: Discrete Differential Geometry, u organizaciji TU Berlin, bez saopštenja
- 2012-2022-XVII, XVIII, XIX, XX Geometrical seminar, učesnik i član organizacionog odbora
- 2017-PADGE 2017 (Pure and Applied Differential Geometry), KU Leuven, Belgija, predstavio poster "Geodesic lines on nearly Kaehler $S^3 \times S^3$"
- 2017, 2018 -izlaganje na Državnom seminaru nastavnika matematike osnovnih i srednjih škola
- 2018-XX Geometrical seminar, Vrnjačka Banja, saopštenje: Geodesic lines on nearly Kaehler $S^3 \times S^3$"
- 2021- Simpozijum Matematika i primene, Matematički fakultet, Beograd, saopštenje: "Neke realne hiperpovrši blizu Kelerove $S^3 \times S^3$"
- 2022-XXI Geometrical seminar, Beograd, saopštenje: "Hypersurfaces of the nearly Kaehler manifold $S^3 \times S^3$ with P-slant normal"
- 2022-Simpozijum Matematika i primene, Matematički fakultet, Beograd, saopštenje: "Yamabe solitons on hypersurfaces of nearly Kaehler manifolds"
- 2023- SMSCG, Matematički institut SANU, Beograd, saopštenje: "Yamabe solitons on CR submanifolds of maximal CR dimension in Kaehler manifolds".

Ostale akademske aktivnosti:

- 2011-član projekta Geometrija, obrazovanje i vizuelizacija sa primenama, Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja, broj 174012
- 2011- Geometrijski seminar Matematičkog instituta u Beogradu, više izlaganja
- 2014-2017-član saveta Matematičkog fakulteta, u jednom mandatu
- 2011-2014-član uredništva matematičkog časopisa Tangenta za učenike srednjih škola
- 2018-član redakcije časopisa Matematički list za učenike osnovnih škola
- 2015- koautor zbirke zadataka u izdanju Društva matematičara Srbije "1000 zadataka sa matematičkih takmičenja"
- 2008- koordinator dodatne nastave iz matematike u Matematičkoj gimnaziji
- 2008- predavač na pripremama za prijemni ispit Matematičkog fakulteta, u organizaciji Matematičkog fakulteta
- 2011-2014-član Komisije za takmičenja učenika srednjih škola
- 2012-član komisije za takmičenja učenika osnovnih škola
- 2015-sekretar i član Organizacionog odbora 19. Juniorske balkanske matematičke olimpijade, Avala-Beograd
- 2009- član komisije i koordinator na Balkanskoj matematičkoj olimpijadi (Kragujevac 2009., Avala 2018.)
- 2009- zamenik lidera ekipe Srbije na nekoliko Juniorskih balkanskih matematičkih olimpijada (2009. Bosna i Hercegovina, 2012. Grčka, 2013. Turska, 2014. Makedonija, 2015. Srbija, 2016. Rumunija, 2017. Bugarska)
- 2001-polaznik letnje naučne škole u Petnici
- 2003, 2004-polaznik zimskog seminara iz matematike i fizike u Petnici
- 2020-recenzent za časopise Nastava matematike, Teaching of Mathematics, Matematički vesnik
- 2022-član Upravnog odbora Podružnice Beograd Društva Matematičara Srbije
- lider ekipe Srbije na Juniorskoj balkanskoj matematičkoj olimpijadi 2023. godine

Prikazi naučnih radova:

Blizu Kähler-ova mnogostrukost je jedna od šesnaest skoro Ermitskih mnogostrukosti, sa osobinom da je kovarijantni izvod njene skoro kompleksne strukture J koso-simetričan, naime $G = \nabla J$ zadovoljava $G(X,Y) = -G(Y,X)$, tj. $G(X,X) = (\nabla_X J)X = 0$. Kähler-ove mnogostrukosti su definisane uslovom $G = 0$. Blizu Kähler-ove mnogostrukosti imaju primene, kao spin mnogostrukosti sa Kilingovim spinorima (Grunewald) u matematičkoj fizici, kao super-simetrični modeli u teorijskoj fizici (Friedrich, Ivanov), itd.

Slučaj šestodimenzionih blizu Kähler-ovih mnogostrukosti je specijalno interesantan: najmanja dimenzija za koju striktne blizu Kähler-ove mnogostrukosti postoje (one koje nisu ujedno i Kähler-ove) je šest, proizvoljna blizu Kähler-ova mnogostrukost se može razložiti kao proizvod šesto-dimenzionih. Poznato je da su jedine homogene, kompletne, striktno blizu Kähler-ove šesto-dimenzione mnogostrukosti: jedinična sfera $\mathbb{S}^6$, proizvod jediničnih sfera $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, kompleksan projektivni prostor $\mathbb{C}P^3$ i zastava mnogostrukost $F_{1,2}(\mathbb{C}^3)$, pri čemu poslednje tri nisu snabdevene standardnom metrikom.

Radovi *Geodesic lines on nearly Kähler* $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ i *On the isometries of homogeneous nearly Kähler* $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ bave se geometrijom blizu Kähler-ove mnogostrukosti $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$.

U radu *M. Djorić, M. Djorić, M. Moruz , Geodesic lines on nearly Kähler* $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, *J. Math. Anal. Appl. 466 (2018),1099–1108* izučavaju se geodezijske linije šestodimenzione blizu Kähler-ove mnogostrukosti $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$. S obzirom da je geodezijska linija kroz tačku (a, b) produkt mnogostrukosti $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ data sa $(ax(t), by(t))$ gde je $(x(t), y(t))$ geodezijska linija kroz $(1, 1)$, za potpunu klasifikaciju geodezijskih linija dovoljno je dati parametrizacije geodezijskih linija kroz $(1, 1)$. U koautorskom radu *Geodesic lines on* *nearly Kähler* $\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3$ dokazane su sledeće dve teoreme koje se bave geodezijskim linijama mnogostrukosti $\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3$. U prvoj su date eksplicitne parametrizacije geodezijskih linija.

Teorema 1. *Geodezijske linije $\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3$ koje sadrže tačku $(1,1)$ date su parametrizacijom:*

(1) $\gamma(t)=(\cos(at)+\sin(at)i,\cos(at)-\sin(at)i),a\in R\setminus\{0\}$;

(2)

$$\gamma(t)=(\cos(at)+\sin(at)i,\cos(\widetilde{a}t)+\sin(\widetilde{a}t)i),\ \textit{gde je za } c_1\in ImH\setminus\{0\},\ d_1\in R,$$
$$a=\frac{1+d_1}{2}|c_1|,\ \widetilde{a}=\frac{1-d_1}{2}|c_1|;$$

(3)

$$\begin{aligned}\gamma(t)=\Big(&\big(\frac{1}{1+\phi^2}\cos(At)+\frac{\phi^2}{1+\phi^2}\cos(Bt)\big)+\big(\frac{1}{1+\phi^2}\sin(At)+\frac{\phi^2}{1+\phi^2}\sin(Bt)\big)i\\&+\big(\frac{\phi}{1+\phi^2}\sin(At)-\frac{\phi}{1+\phi^2}\sin(Bt)\big)j-\big(-\frac{\phi}{1+\phi^2}\cos(At)+\frac{\phi}{1+\phi^2}\cos(Bt)\big)k,\\&\big(\frac{1}{1+\widetilde{\phi}^2}\cos(\widetilde{A}t)+\frac{\widetilde{\phi}^2}{1+\widetilde{\phi}^2}\cos(\widetilde{B}t)\big)+\big(\frac{1}{1+\widetilde{\phi}^2}\sin(\widetilde{A}t)+\frac{\widetilde{\phi}^2}{1+\widetilde{\phi}^2}\sin(\widetilde{B}t)\big)i\\&+\big(\frac{\widetilde{\phi}}{1+\widetilde{\phi}^2}\sin(\widetilde{A}t)-\frac{\widetilde{\phi}}{1+\widetilde{\phi}^2}\sin(\widetilde{B}t)\big)j-\big(-\frac{\widetilde{\phi}}{1+\widetilde{\phi}^2}\cos(\widetilde{A}t)+\frac{\widetilde{\phi}}{1+\widetilde{\phi}^2}\cos(\widetilde{B}t)\big)k\Big),\end{aligned}$$

$$\textit{gde je } c_1,c_2\in ImH\setminus\{0\},\ d_1\in R,\ a=\frac{1+d_1}{2}|c_1|,\ b=\frac{1}{2}|c_2|,\ c=\frac{2}{3}|c_1|,$$
$$\widetilde{a}=\frac{1-d_1}{2}|c_1|,\ \widetilde{b}=-\frac{1}{2}|c_2|,\ \widetilde{c}=c,$$
$$A=\frac{c+\sqrt{(2a-c)^2+4b^2}}{2},\ B=\frac{c-\sqrt{(2a-c)^2+4b^2}}{2},$$
$$\widetilde{A}=\frac{\widetilde{c}+\sqrt{(2\widetilde{a}-\widetilde{c})^2+4\widetilde{b}^2}}{2},\ \widetilde{B}=\frac{\widetilde{c}-\sqrt{(2\widetilde{a}-\widetilde{c})^2+4\widetilde{b}^2}}{2},$$
$$\phi=\frac{c-2a+\sqrt{(c-2a)^2+4b^2}}{2b},\ \widetilde{\phi}=\frac{\widetilde{c}-2\widetilde{a}+\sqrt{(\widetilde{c}-2\widetilde{a})^2+4\widetilde{b}^2}}{2\widetilde{b}}.$$

Dalje, ispitane su osobine ovih geodezijskih linija i dokazana je sledeća teorema.

Teorema 2.

(1) *Geodezijske linije blizu Kähler-ove metrike na $\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3$ poklapaju se sa geodezijskim linijama u odnosu na standardnu produkt metriku ako i samo ako važi $c_1=0$ ili $c_2=0$.*

(2) *Tangentni vektor geodezijske linije je sopstveni vektor operatora P sa sopstvenom vrednošću -1 ako i samo ako je $c_1=0$, a sa sopstvenom vrednošću 1 ako i samo ako je $c_1\neq0$, $c_2=0$ i $d_1=0$.*

(3) *Geodezijska linija na $\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3$ je zatvorena ako i samo ako je zadovoljen neki od sledećih uslova: data je parametrizacijom kao u Teoremi 1 (1), data je parametrizacijom kao u Teoremi 1 (2) gde je $\frac{a}{\widetilde{a}}$ racionalan broj, data je parametrizacijom kao u Teoremi 1 (3) gde su $\frac{B}{A}$, $\frac{\widetilde{B}}{A}$ i $\frac{\widetilde{A}}{A}$ racionalni brojevi.*

U radu *M. B. Djoric, M. Djorić, On the isometries of homogeneous nearly Kähler* $\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3$ autori su dokazali neke osobine grupe izometrija mnogostrukosti $\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3$, kako u odnosu na standardnu euklidsku produkt metriku $(\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3,\langle\cdot,\cdot\rangle)$, tako i u odnosu na blizu Kähler-ovu metriku $(\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3,g)$. Pored toga, autori su proučavali dejstvo ovih izometrija na neke klase hiperpovrši blizu Kähler-ove $\mathbb{S}^3\times\mathbb{S}^3$.

Za izometrije $\mathcal{F}_{abc} : \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3 \to \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ izučavane u radu *F. Podestá, A. Spiro, 6-dimensional nearly Kähler manifolds of cohomogeneity one*, J. Geom. Phys. 60 (6) (2010), 156–164 i određene formulama

$$\mathcal{F}_{abc}(p,q) = (ap\bar{c}, bq\bar{c}), \quad a,b,c \in \mathbb{S}^3,$$

uvedimo oznaku

$$\mathbb{F} = \{\mathcal{F}_{abc} \mid a,b,c \in \mathbb{S}^3\}.$$

Autori su dokazali da je $\mathbb{F}$ podgrupa grupe svih izometrija $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, izomorfna $(\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3)/\{I, -I\}$.

Definišući izometrije $\mathcal{F}_i : \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3 \to \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, $i = 1\ldots,5$, date sa

$$\mathcal{F}_1(p,q) = (q,p), \qquad \mathcal{F}_2(p,q) = (\bar{p}, q\bar{p}), \qquad \mathcal{F}_3(p,q) = (\bar{q}, p\bar{q}),$$
$$\mathcal{F}_4(p,q) = (q\bar{p}, \bar{p}), \qquad \mathcal{F}_5(p,q) = (p\bar{q}, \bar{q}),$$

autori su dokazali da je $\mathbb{G} = \{\mathcal{E}, \mathcal{F}_1, \ldots, \mathcal{F}_5\}$ podgrupa grupe izometrija $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, izomorfna grupi $\mathbb{S}_3$ i da grupe $\mathbb{G}$ i $\mathbb{F}$ komutiraju.

Takođe, u radu je dokazana teorema

Teorema 3. *Jedine izometrije na $(\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3, g)$ koje pripadaju grupi $(\mathbb{O}(3) \times \mathbb{O}(3)) \rtimes \mathbb{S}_2$ izometrija na $(\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ su izometrije grupe $\mathbb{F}$. Jedine izometrije na $(\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ koje pripadaju podgrupama $\mathbb{F}$ i $\mathbb{G}$ grupe izometrija na $(\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3, g)$ su $\mathcal{F}_1$ i izometrije grupe $\mathbb{F}$.*

Autori su u ovom radu izučavali i dejstvo ovih izometrija na hiperpovrši blizu Kähler-ove $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$. Dokazali su da se sve hiperpovrši od $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ sa $\mathcal{P}$-glavnom normalom i $\mathcal{P}$-izotropnom normalom čuvaju pri dejstvu grupa $\mathbb{F}$ i $\mathbb{G}$. Ovom prilikom uvedena je oznaka $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, P_3\}$, pri čemu su $P_1 = P$, $P_2 = -\frac{1}{2}P - \frac{\sqrt{3}}{2}JP$, $P_3 = -\frac{1}{2}P + \frac{\sqrt{3}}{2}JP$ jedine skoro produkt strukture na $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$. Elementi skupa $\mathcal{P}$ su simetrični endomorfizmi kompatibilni sa metrikom g, koji antikomutiraju sa skoro kompleksnom strukturom J i nisu integrabilni.

Takođe, autori su dokazali da se holomorfna sekciona krivina proizvoljne holomorfne ravni mnogostrukosti $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ čuva pri dejstvu grupa $\mathbb{F}$ i $\mathbb{G}$.

Radovi *Hypersurfaces of homogeneous nearly Kähler $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ whose normal vector field is $\mathcal{P}$-principal, Real hypersurfaces of the homogeneous nearly Kähler $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ with $\mathcal{P}-$isotropic normal* doprinose boljem razumevanju geometrije realnih hiperpovrši mnogostrukosti $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$.

Kandidat je u ova dva rada, jednom samostalnom i jednom koautorskom, uveo pojmove $\mathcal{P}$-glavnih i $\mathcal{P}$-izotropnih vektorskih polja, kao i $\mathcal{P}$-iskošenih vektorskih polja. U radu *Miloš Djorić, Hypersurfaces of homogeneous nearly Kähler $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ whose normal vector field is $\mathcal{P}$-principal, Mediterr. J. Math. 18, 251 (2021)* autor je pokazao da važe sledeće dve teoreme koje karakterišu $\mathcal{P}$-glavna polja i hiperpovrši sa $\mathcal{P}$-glavnim normalnim vektorskim poljem.

Teorema 4. *Za tangentno vektorsko polje Z na $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ naredna tvrđenja su ekvivalentna:*

(1) *Z je $\mathcal{P}$-glavno;*

(2) *postoji glatka funkcija θ takva da je $PZ = \cos\theta Z + \sin\theta JZ$;*

(3) *postoje glatke funkcije f_1, f_2, f_3 koje nisu sve jednake nuli, takve da je*

$$\begin{aligned} Z|_{(p,q)} = {} & f_1(\cos(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{6})(pi,0) + \cos(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{6})(0,qi)) + f_2(\cos(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{6})(pj,0) \\ & + \cos(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{6})(0,qj)) - f_3(\cos(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{6})(pk,0) - \cos(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{6})(0,qk)); \end{aligned}$$

(4) *holomorfna sekciona krivina ravni $\Pi_Z = Span\{Z, JZ\}$ jednaka je 0.*

Teorema 5. *Ako je ξ jedinično vektorsko polje ortogonalno na hiperpovrš u $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ i $U^\perp$ distribucija na hiperpovrši čija su vektorska polja ortogonalna na $J\xi$ onda je ekvivalentno:*

(1) *ξ je $\mathcal{P}$-glavno vektorsko polje;*

(2) *distribucija $U^\perp$ je P-invarijantna.*

Koristeći ove rezultate, autor je dalje izučavao hiperpovrši za koje je $P\xi = \pm\xi$ ili $P\xi = \pm J\xi$. Naime, konstruisao je odgovarajuće lokalne pokretne repere i pomoću dobijenih strukturnih relacija pokazao da važe sledeća tvrđenja.

Teorema 6. *Ne postoji hiperpovrš $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ čije jedinično normalno vektorsko polje ξ zadovoljava $P\xi = \pm J\xi$.*

Teorema 7. *Ne postoji hiperpovrš $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ čije jedinično normalno vektorsko polje ξ zadovoljava $P\xi = \xi$.*

Teorema 8. *Hiperpovrši za koje je $P\xi = -\xi$ su Hopfove, a glavna krivina koja odgovara vektorskom polju $J\xi$ je nula. Pri tom je broj različitih krivina ili 3 ili 5.*

Teorema 9. *Hiperpovrš od $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ za koju je $P\xi = -\xi$ i koja ima tačno tri glavne krivine lokalno je kongruentna imersiji*

$$f_{3,r} : \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$$
$$f_{3,r}(x, y) = (\overline{x}, (\sqrt{1-r^2} + ry)\overline{x}).$$

Teorema 10. *Ukoliko je jedinično normalno vektorsko polje ξ hiperpovrši P-iskošeno onda je $\theta \in \{\pi, \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\}$. Takva površ je Hopfova i ima 3 ili 5 glavnih krivina, dok je krivina koja odgovara vektorskom polju $J\xi$ jednaka 0. Ukoliko postoje tačno 3 glavne krivine, hiperpovrš je lokalno kongruentna jednoj od sledećih imerzija $f_{i,r} : \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3, i = 1, 2, 3$.*

$$\begin{aligned}
f_{1,r}(x, y(y_1, y_2, y_3)) &= (x, (ry_1, ry_2, ry_3, \sqrt{1-r^2})),\\
f_{2,r}(x, y(y_1, y_2, y_3)) &= (ry_1, ry_2, ry_3, \sqrt{1-r^2}), x),\\
f_{3,r}(x, y(y_1, y_2, y_3)) &= (\overline{x}, (ry_1, ry_2, ry_3, \sqrt{1-r^2})\overline{x}).
\end{aligned}$$

Sličnim metodama su izučavane i hiperpovrši sa $\mathcal{P}-$izotropnom normalom, a odgovarajući rezultati su objavljeni u radu *Miloš Djorić, Mirjana Djorić, Marilena Moruz, Real hypersurfaces of the homogeneous nearly Kähler $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ with $\mathcal{P}-$isotropic normal, J. Geom. Phys. 160 (2021) 103945.* Pokazano je da takve hiperpovrši ne mogu biti ni minimalne niti Hopfove, a zatim je data njihova potpuna klasifikacija pomoću imersije i naveden je primer takvih hiperpovrši.

Teorema 11. *Hiperpovrš blizu Kähler-ove mnogostrukosti* $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ *čije je normalno vektorsko polje* $\mathcal{P}-$*izotropno lokalno je data imerzijom*

$$(u,v,x,y,z) \mapsto f(u,v,x,y,z) = (a(x,y,z)p(u,v)\bar{c}(x,y,z), b(x,y,z)q(u,v), \bar{c}(x,y,z)), \text{ gde je}$$

$(p,q) \in \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ *dato sa*

$$p(u,v) = \Big(\frac{1}{2}\cos\Big(\frac{\sqrt{3}u - v}{\sqrt{2}}\Big), \frac{1}{2}\sin\Big(\frac{\sqrt{3}u - v}{\sqrt{2}}\Big), \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\Big(\frac{u}{\sqrt{6}} + \frac{v}{2}\Big), \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\Big(\frac{u}{\sqrt{6}} + \frac{v}{2}\Big)\Big),$$

$$q(u,v) = \Big(-\frac{1}{2}\sin\Big(\frac{\sqrt{3}u + v}{\sqrt{2}}\Big), \frac{1}{2}\cos\Big(\frac{\sqrt{3}u + v}{\sqrt{2}}\Big), \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\Big(\frac{u}{\sqrt{6}} - \frac{v}{2}\Big), -\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\Big(\frac{u}{\sqrt{6}} - \frac{v}{2}\Big)\Big);$$

jedinični kvaternioni a, b, c *su rešenja sistema PDJ*

$$a_x = a\eta_1, b_x = b\eta_2, c_x = c\eta_3,$$
$$a_y = a\delta_1, b_y = b\delta_2, c_y = c\delta_3,$$
$$a_z = a\mu_1, b_z = b\mu_2, c_z = c\mu_3,$$

za koeficijente η_i, δ_i, μ_i *koji zadovoljavaju uslov*

$$g(\eta_1, i) + g(\eta_2, i) + g(\eta_3, i) = 0,$$
$$g(\delta_1, i) + g(\delta_2, i) + g(\delta_3, i) = 0,$$
$$g(\mu_1, i) + g(\mu_2, i) + g(\mu_3, i) = 0.$$

U radu *B. Y. Chen, M. B. Djorić, M. Djorić, Quasi-Yamabe and Yamabe solitons on hypersurfaces of nearly Kähler manifolds*, Mediterr. J. Math. 21, 10 (2024) autori su proučavali kvazi-Yamabe i Yamabe solitone proizvoljne blizu Kähler-ove mnogostrukosti. U istraživanje su uključene i neke Kähler-ove mnogostrukosti.

Ricci-jev tok i Yamabe tok su primeri koji se obimno proučavaju u literaturi. Pod pogodnim uslovima, Ricci-jev tok razvija početnu metriku u Einstein-ovu metriku, dok Yamabe tok razvija početnu metriku u novu, sa konstantnom skalarnom krivinom unutar iste konformne klase.

Za bilo koji geometrijski soliton, postoji vektorsko polje V (vektorsko polje solitona, soliton vektorsko polje) koje povezuje Lie-ov izvod metrike $\mathcal{L}_V g$ sa geometrijskim objektom koji definiše tok koji se razmatra. U ovom radu izučavani su Yamabe i kvazi-Yamabe solitoni M koji su hiperpovrši u nekim skoro Kähler-ovim mnogostrukostima, sa Reeb-ovim vektorskim poljem $U = -J\xi$ kao soliton vektorskim poljem, gde je ξ jedinično normalno vektorsko polje od M.

Autori su dokazali da ukoliko je soliton vektorsko polje upravo Reeb-ovo vektorsko polje, tada je hiperpovrš blizu Kähler-ove mnogostrukosti kvazi-Yamabe soliton ako i samo ako je Yamabe soliton. Takođe, dokazali su da ukoliko hiperpovrš proizvoljne blizu Kähler-ove mnogostrukosti dozvoljava kvazi-Yamabe soliton sa Reeb-ovim vektorskim poljem kao soliton vektorskim poljem, tada je njena skalarna krivina konstantna i Reeb-ovo polje je Killing-ovo, i obrnuto. Takođe, takva hiperpovrš je i Hopf-ova.

Autori su izučavali i neke specijalne blizu Kähler-ove mnogostrukosti (šesto-dimenzionu jediničnu sferu, proizvod dve jedinične trodimenzione sfere, kompleksne prostorne forme, tj. Kähler-ove mnogostrukosti konstantne holomorfne sekcione krivine i kompleksnu kvadriku).

Teorema 12. *Realne hiperpovrši blizu Kähler-ove mnogostrukosti* $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$ *koje dopuštaju kvazi-Yamabe soliton sa Reeb-ovim vektorskim poljem kao soliton vektorskim poljem su date imersijama* f_i, $i = 1,2,3$:

(1) $f_1 : \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, $(\mathrm{x},\mathrm{y}) \mapsto (\mathrm{x},\mathrm{y})$;
(2) $f_2 : \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, $(\mathrm{x},\mathrm{y}) \mapsto (\mathrm{y},\mathrm{x})$;
(3) $f_3 : \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3$, $(\mathrm{x},\mathrm{y}) \mapsto (\bar{\mathrm{x}},\mathrm{y}\bar{\mathrm{x}})$.

Teorema 13. *Jedine hiperpovrši blizu Kähler-ove mnogostrukosti $\mathbb{S}^6$ koje dopuštaju kvazi-Yamabe soliton sa Reeb-ovim vektorskim poljem kao soliton vektorskim poljem su geodezijske hipersfere u $\mathbb{S}^6$.*

Teorema 14. *Jedine kompletne realne hiperpovrši u kompleksnoj prostornoj formi $\tilde{M}^n(c)$, $c \neq 0$, $n \geqslant 2$, koje dopuštaju kvazi-Yamabe soliton sa Reeb-ovim vektorskim poljem kao soliton vektorskim poljem su sledeće hiperpovrši:*

(1) *geodezijske hipersfere u $\mathbb{CP}^n$;*
(2) *cevi oko totalno geodezijskih kompleksnih projektivnih prostora $\mathbb{CP}^k$ u $\mathbb{CP}^n$, $1 \leqslant k \leqslant n-2$, $n \geqslant 3$;*
(3) *horosfere u $\mathbb{CH}^n$;*
(4) *geodezijske hipersfere u $\mathbb{CH}^n$;*
(5) *cevi oko totalno geodezijskih kompleksnih hiperboličkih hiperravni $\mathbb{CH}^{n-1}$ u $\mathbb{CH}^n$;*
(6) *cevi oko totalno geodezijskih kompleksnih hiperboličkih prostora $\mathbb{CH}^k$ u $\mathbb{CH}^n$, $1 \leqslant k \leqslant n-2$, $n \geqslant 3$.*

Teorema 15. *Neka je M kompletna realna hiperpovrš u kompleksnom euklidskom prostoru (ravnoj kompleksnoj prostornoj formi $\tilde{M}^n(c)$, $c = 0$), koja dopušta kvazi-Yamabe soliton sa Reeb-ovim vektorskim poljem kao soliton vektorskim poljem. Tada je M jedna od sledećih mnogostrukosti:*

(a) *hiperravan $\mathbb{E}^{2n-1}$;*
(b) *hipersfera $\mathbb{S}^{2n-1}$;*
(c) *produkt mnogostrukost $\mathbb{S}^{2k-1} \times \mathbb{C}^{n-k}$ in $\mathbb{C}^n$, gde je $\mathbb{S}^{2k-1}$ realna $(2k-1)$-dimenziona sfera sa $1 \leqslant k \leqslant n-1$;*
(d) *cilindar $\gamma \times \mathbb{C}^{n-1}$, gde je γ proizvoljna ravanska kriva različita od prave i kružnice i $\mathbb{C}^{n-1}$ je kompleksna hiperravan.*

Teorema 16. *Jedine hiperpovrši u kompleksnoj kvadrici Q^n, $n \geqslant 3$ koje dopuštaju kvazi-Yamabe soliton sa Reeb-ovim vektorskim poljem kao soliton vektorskim poljem, su cevi poluprečnika $r \in (0, \frac{\pi}{2})$ oko totalno geodezijske $\mathbb{CP}^k$, $k = \dim_{\mathbb{C}} \mathbb{CP}^k$.*

Zaključak

Iz priložene dokumentacije se vidi da je kandidat Miloš Đorić završio studije matematike sa prosečnom ocenom 10 i da je uspešno odbranio master rad i doktorsku disertaciju. Na Matematičkom fakultetu je u radnom odnosu od 2011. godine, kao saradnik u nastavi, asistent, asistent praktične nastave i asistent sa doktoratom. Veoma je uspešno držao vežbe iz više kurseva, kako na osnovnim akademskim, tako i na master studijama. Pored toga, dr Miloš Đorić ima objavljene naučne rezultate (jedan samostalni i četiri koautorska) u oblasti geometrije u istaknutim međunarodnim časopisima sa SCI liste. Učestvovao je na nekoliko međunarodnih konferencija izlažući svoje originalne rezultate, bio je član organizacionih odbora nekoliko međunarodnih konferencija i matematičkih takmičenja i radi sa talentovanim učenicima. Na pristupnom predavanju je dobio ocenu 5.

Dakle, na osnovu svega izloženog, komisija smatra da dr Miloš Đorić ispunjava sve, formalne i suštinske uslove, da bude izabran u zvanje docenta na Matematičkom fakultetu u Beogradu i **komisija sa velikim zadovoljstvom predlaže Izbornom veću Matematičkog fakulteta u Beogradu da dr Miloša Đorića izabere u zvanje docenta za užu naučnu oblast Geometrija.**

U Beogradu,

16.12.2023. godine

Мирјана Ђорић

dr Mirjana Đorić, redovni profesor
Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

dr Zoran Rakić, redovni profesor
Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

dr Srđan Vukmirović, vanredni profesor
Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

dr Miroslava Antić, vanredni profesor
Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu

dr Emilija Nešović, redovni profesor
Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Kragujevcu