

## ИЗБОРНОМ ВЕЋУ МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Одлуком Изборног већа Математичког факултета на 113. седници одржаној 22.12.2023. године одређени смо за чланове Комисије за писање извештаја о кандидатима који учествују на конкурсу за избор једног ванредног професора за ужу научну област Нумериčка математика и оптимизација на Математичком факултету Универзитета у Београду. На конкурс објављен у листу „Послови“ од 3.1.2024. године пријавила се једна кандидаткиња - др Александра Делић, доцент Математичког факултета Универзитета у Београду. О пријављеној кандидаткињи подносимо следећи

### ИЗВЕШТАЈ

#### I БИОГРАФСКИ ПОДАЦИ

Др Александра Делић је рођена 15.09.1982. у Брчком, где је завршила Општу гимназију „Васа Пелагић“. На Математичком факултету Универзитета у Београду, на смеру Нумериčка математика и оптимизација, дипломираја 2009. године са просечном оценом 8,83. Мастер рад под насловом „Трансмисиони проблем“ одбранила је 7. октобра 2011. године на Математичком факултету у Београду, под менторством проф. др Бошка Јовановића, чиме је стекла звање дипломирани математичар-мастер. Докторску тезу под називом „Дифузиона-таласна једначина разломљеног реда са концентрисаним капацитетом и њена апроксимација методом коначних разлика“ одбранила је 18. марта 2016. године на истом факултету, такође под менторством проф. др Бошка Јовановића.

Од фебруара до маја 2007. радила је као наставник математике у Основној школи „Јован Стерија Поповић“ у Београду. Од августа 2009. до августа 2010. радила је као програмер у фирми „Maxteam“ д.о.о. у Београду и стекла радно искуство у примени нумеричких метода за дигиталну обраду слике. Од септембра 2010. до фебруара 2011. радила је као наставник математике у Основној школи „Драган Ковачевић“ у Београду.

Од фебруара 2011. до октобра 2012. године била је ангажована на Математичком факултету у Београду као истраживач приправник на научном пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја: 174015 „Апроксимација интегралних и диференцијалних оператора и примене“. Од октобра 2012. до 2015. године била је запослена на Математичком факултету Универзитета у Београду као сарадник у настави. Од 2015. до 2016. године била је запослена у истој институцији у звању асистента за ужу научну област Нумериčка математика. У звање доцента за ужу научну област Нумериčка математика изабрана је 2016. године на Математичком факултету Универзитета у Београду. Реизабрана је у звање доцента за ужу научну област Нумериčка математика и оптимизација 2021. године.

#### II НАСТАВНА ДЕЛАТНОСТ

Од 2011. године до данас др Александра Делић је изводила наставу на следећим курсевима Математичког факултета:

- Увод у нумеричку математику (предавања и вежбе, основне студије)
- Варијациони рачун (предавања и вежбе, основне студије)
- Нумеричка анализа 2А (вежбе, основне студије)
- Нумеричка анализа 2Б (вежбе, основне студије)
- Метода коначних елемената (предавања и вежбе, мастер студије)
- Математичко моделирање (вежбе, мастер студије)
- Нумеричке методе линеарне алгебре (предавања, мастер студије)
- Метод коначних елемената са применама (предавања, докторске студије)
- Метод коначних разлика (предавања, докторске студије)
- Математичка оптимизација (основне студије, вежбе)

Изводила је и вежбе на курсу Математика за студенте хемије на Хемијском факултету Универзитета у Београду.

Наставни рад у протеклих пет година од стране студената оцењен је просечном оценом 4.41 (по годинама од 2018/2019-2022/2023: 4.36, 4.34, 4.44, 4.52, 4.49).

Била је ментор за израду пет мастер радова и члан комисије за преглед, оцену и одбрану још четири мастер рада који су успешно одбрањени.

Коаутор је збирке задатака: А. Делић, З. Дражић, С. Живановић, М. Ивановић, „Збирка решених задатака из увода у нумеричку математику”, Математички факултет, Београд 2017, ISBN: 978-86-7589-119-2

### **III УЧЕШЋЕ НА ПРОЈЕКТИМА И ЧЛАНСТВО У ОДБОРИМА КОНФЕРЕНЦИЈА**

- Од 2011. до 2019. године била је учесник на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја број ОИ 174015 „Апроксимација интегралних и диференцијалних оператора и примене“, руководиоци пројекта: Градимир Миловановић, Марија Станић.
- Члан организационих одбора Симпозијума „Математика и примене“, одржаних у периоду 2015-2023. Симпозијум се одржава сваке године у организацији Математичког факултета, Универзитета у Београду. Уредник је књиге апстраката Симпозијума од 2019. до 2023. године.
- Члан организационог одбора конференције „Миахило Петровић Алас ЖИВОТ – ДЕЛО – ВРЕМЕ“, одржане октобра 2018. године. Технички уредник зборника радова са конференције „Миахило Петровић Алас ЖИВОТ – ДЕЛО – ВРЕМЕ“, 2018.

### **IV ОСТАЛЕ АКТИВНОСТИ**

- Координатор за Стручну праксу на Математичком факултету у академској 2022/2023. и 2023/2024. години.
- Члан Комисије за упис на ОАС у академској 2023/2024. години.
- Члан је Друштва Математичара Србије.

## V НАУЧНИ И СТРУЧНИ РАД

- Ужа научна област: Нумеричка математика и оптимизација
- Област научног интересовања: математичка и нумеричка анализа парцијалних диференцијалних једначина са класичним изводима и са изводима разломљеног реда, теорија диференцијских схема, метод коначних елемената и научно израчунавање.
- Аутор је преко десет научних радова публикованих у међународним и домаћим часописима или презентованих на конференцијама у земљи и иностранству.
- Научни радови су до сада цитирани бар 91 пута (извор Google Scholar, децембар 2023. год), односно бар 42 (извор Scopus децембар 2023.) Број хетероцитата је бар 40.
- Реџент је у међународним и домаћим часописима са SCI листе.

## VI БИБЛИОГРАФИЈА

### Докторска дисертација М71

Александра Делић, „Дифузионо-талацна једначина разломљеног реда са концептисаним капацитетом и њена апроксимација методом коначних разлика“, Математички факултет Универзитета у Београду, 2016.

### Мастер рад

Александра Делић, „Трансмисиони проблем“, Математички факултет Универзитета у Београду, 2008.

### Збирка задатака:

А. Делић, З. Дражић, С. Живановић, М. Ивановић, „Збирка решених задатака из увода у нумеричку математику“, Математички факултет, Београд 2017, ISBN: 978-86-7589-119-2

### Научни радови објављени у часописима од међународног значаја

1. A. Delić, B.S. Jovanović: *Numerical approximation of an interface problem for fractional in time diffusion equation*, Applied Mathematics and Computation, vol. 229, pp. 467-479, 2014, Elsevier, ISSN:0096-3003 (IF: 1.551, M21)
2. A. Delić: *Fractional in time diffusion-wave equation and its numerical approximation*, FILOMAT, vol. 30, no. 5, pp. 1375-1385, 2016, ISSN: 0354-5180 (IF 0.695, M22)
3. A. Delić, S.G. Hodžić, B.S. Jovanović: *Factorized difference scheme for two-dimensional subdiffusion equation in nonhomogeneous media*, Publications de l'Institut Mathematique, vol. 99, no. 113, pp. 1-13, 2016, ISSN: 0350-1302 (IF: 0.270, M23)

### Након избора у звање доцента

4. Z. Milovanović Jeknić, A. Delić, S. Živanović: *A two-dimensional boundary value problem of elliptic type with nonlocal conjugation conditions*, IMA Journal of Numerical Analysis <https://doi.org/10.1093/imanum/drad084> (IF: 2.1, M21)

5. A. Delić, S. Živanović, Z. Milovanović Jeknić: *A Finite Difference Scheme for a Linear Multi-Term Fractional in Time Differential Equation with Concentrated Capacities*, International Journal of Numerical Analysis and Modeling, vol. 18, no.2, pp. 265-286, 2021, ISSN: 1705-5105 (IF: 1.105, M21)
6. A. Delić, B.S. Jovanović, S. Živanović: *Finite difference approximation of a generalized time-fractional telegraph equation*, Computational Methods in Applied Mathematics, vol. 20, no.4, pp. 595-607, 2020, De Gruyter, ISSN: 1609-4840 (IF: 1.225, M22)
7. A. Delić, B.S. Jovanović: *Finite difference approximation of fractional wave equation with concentrated capacity*, Computational Methods in Applied Mathematics, vol. 17, no.1, pp. 33-49, 2017, De Gruyter, ISSN 1609-4840 (IF: 1.097, M22)

#### Научни радови објављени у часописима од националног значаја

8. A. Delić, S. Hodžić, B.S. Jovanović: Difference scheme for an interface problem for subdiffusion equation, Matematički vesnik, vol. 68., no. 4, pp. 298-314, 2016 , ISSN:0025-5165 (M24)
9. A. M. Delić, B.S. Jovanović, Z.D. Milovanović: *On the transmission eigenvalue problem in disjoint domains*, Computational Methods in Applied Mathematics, vol. 11, pp. 407-417, 2011, De Gruyter, ISSN:1609-4840, SCIE lista (2011:M51)
10. B.S. Jovanović, L.G. Vulkov, A. Delić: *Boundary value problems for fractional PDE and their numerical approximation*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 8236, pp. 38-49, 2013, Springer, ISSN:0302-9743 (M51)
11. A. Delić: *A Finite Difference approach for the time-fractional diffusion equation with concentrated capacity*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 8236, pp. 231-238, 2013, Springer, ISSN:0302-9743 (M51)

#### Након избора у звање доцента

12. A. Delić, B.S. Jovanović, S. Živanović: Numerical Approximation of a Class of Time-Fractional Differential Equations, Springer Optimization and Its Applications book series (SOIA, volume 159), Computational Mathematics and Variational Analysis, pp. 55-79, 2020 [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-44625-3\\_4](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-44625-3_4) (M14, потврда категоризације издата од Матичног одбора за математику, компјутерске науке и механику)

#### Радови саопштени на научним скуповима међународног значаја штампани у целини - M33

13. A. Delić: *Convergence of a finite difference method for the time-fractional diffusion equation with concentrated capacity*, Proceedings in Applied Mathematics & Mechanics, vol. 13, pp. 349-350, 2013. Wiley, ISSN:1617-7061 (M33)
14. B.S. Jovanović, A. Delić, L.G. Vulkov: *About some boundary value problems for fractional PDE and their numerical solutions*, Proceedings in Applied Mathematics & Mechanics, vol. 13, pp. 445- 446, 2013, Wiley, ISSN:1617-7061 (M33)

#### Радови саопштени на научним скуповима међународног значаја штампани само у изводу

15. A. M. Delić, Z.D. Milovanović: *About transmission eigenvalue problem in disjoint domains*, Pannonian Mathematical Modeling International Conference (PAMM 2011), Novi Sad, April 29-30, 2011. (M34)
16. A. Delić: *Convergence of finite-difference scheme for fractional in time wave equation with variable coefficients and concentrated data*, Sixth Conference on Finite Difference Method: Theory and Application (FDM '14), Lozenetz (Bulgaria), June 18-23, 2014. (M34)

17. A. Delić: *A finite difference scheme for a fractional super-diffusion equation with concentrated capacity*, 13th Serbian Mathematical Congress, Vrnjačka Banja, May 22-25, 2014. (M34)
18. A. Delić: *Ocena brzine konvergencije diferencijskih shema za jednačine anomalne difuzije sa koncentrisanim kapacitetom*, Šesti simpozijum "Matematika i primene" 2015, Beograd, oktobar 16-17, 2015. (M64)

#### **Након избора у звање доцента**

19. В. Брковић, А. Делић: *Решавање Штурм-Лиувиловог проблема са изводом разломљеног реда методом коначних елемената*, X Симпозијум Математика и примене, Универзитет у Београду, Математички факултет, стр. 33, ISBN: 978-86-7589-141-3, Београд, 6-7. децембра, 2019. (M64)
20. V. Brković, A. Delić, J. Tasić: Analysis and numerical approximation of boundary value problems with fractional derivatives, Kongres mladih matematičara u Novom Sadu, pp. 17, Novi Sad, 3. - 5. Oct, 2019. <https://kmmns.pmf.uns.ac.rs/#/home> (M64)
21. S. Živanović, A. Delić, Z. Milovanović Jeknić: *Metoda konačnih razlika za linearnu višečlanu jednačinu subdifuzije*, XI Simpozijum Matematika i primene, str. 21, ISBN: 978-86-7589-155-0, Beograd, 3-4. decembra, 2021. (M64)
22. Z. Milovanović Jeknić, A. Delić, S. Živanović: *About some elliptic transmission problems*, Kongres mladih matematičara u Novom Sadu, pp. 52, Novi Sad, 29.9 - 1.10, 2022. <https://sites.google.com/view/kmmns2/> (M64)
23. Z. Milovanović Jeknić, A. Delić, S. Živanović: *Aproximacija nekih eliptičkih transmisionih problema*, XII Simpozijum Matematika i primene, str. 46, ISBN: 978-86-7589-173-4, Beograd, 2-3. decembra, 2022. (M64)

## **VII ПРИКАЗ РАДОВА**

**Докторска дисертација.** Предмет докторске дисертације Александре Делић је дифузиона-таласна једначина разломљеног реда  $\alpha \in (0, 2)$  по временској променљивој, са коефицијентом који садржи сингуларну дистрибуцију, пре свега Диракову дистрибуцију, и апроксимација овог проблема методом коначних разлика. Почетно-границни проблеми овог типа обично се називају проблемима с интерфејсом. Изводи решења оваквих проблема имају прекиде на интерфејсу, тј. на носачу Диракове дистрибуције, па је тешко утврдити конвергенцију диференцијских схема користећи се класичним Тejлоровим развојем. У раду је доказана егзистенција генералисаних решења разматраних почетно-границних проблема у случају субдифузије ( $\alpha \in (0, 1)$ ) и хипердифузије ( $\alpha \in (1, 2)$ ). Изведене су одговарајуће априорне оцене за њихова слаба решења. Напоменимо да те оцене, а тиме и понашање решења, битно зависе од реда  $\alpha$  фракционог извода по временској променљивој. Испитана је стабилност и изведене оцене брзине конвергенције одговарајућих диференцијских схема у зависности од глаткости улазних података. Теоријски резултати су потврђени нумеричким примерима.

**Мастер рад.** У мастер раду кандидаткиње разматрају се трансмисиони проблеми чија су решења дефинисана у две или више дисјунктних области. Таква ситуација настаје, на пример, ако је решење у међуобласти познато или се може добити решавањем једноставнијег проблема. Ефекат деловања међуобласти се може моделовати помоћу нелокалних услова сагласности на границама посматраних подобласти. Специјално је разматран трансмисиони проблем сопствених вредности. Доказана је

егзистенција и јединственост слабих сопствених вредности и сопствених функција. Описано је асимптотско понашање сопствених вредности. На неколико нумеричких примера показано је више различитих расподела сопствених вредности.

[1] Разматран је почетно-границни проблем за фракциону једначину дифузије у случају постојања интерфејса. Доказана је коректност проблема у одговарајућим просторима типа Собольева. Предложена је диференцијска схема за нумеричку апроксимацију разматраног проблема и доказана њена стабилност. Оцењена је брзина конвергенције нумеричког решења.

[2] У раду се разматра почетно-границни проблем за фракциону дифузно-таласну једначину. Испитана је коректност проблема и изведене неке априорне оцене решења у одговарајућим просторима Собольева. Предложена је комплетно дискретна диференцијска схема за нумеричку апроксимацију разматраног проблема. Истражени су стабилност и конвергенција диференцијске схеме. На нумеричком примеру су тестирали теоријски резултати и добијена је добра сагласност.

[3] У раду се разматра почетно-границни проблем за једначину субдифузије у дводимензионом случају. За разлику од једнодимензионог проблема, када се дискретизацијом на сваком временском слоју добија систем линеарних једначина с тродијагоналном матрицом који се ефикасно решава Томасовим алгоритмом, у вишедимензионом случају одговарајући систем има блочно-тродијагоналну матрицу што повлачи знатно повећање броја аритметичких операција потребних за његово решавање. У раду је предложена факторизована схема која је знатно нумерички ефикаснија од имплицитне схеме. Доказана је стабилност факторизоване схеме и изведене одговарајуће оцене брзине конвергенције.

[4] У овом раду се разматра модел преноса топлоте у сивом телу. Пошто домен садржи затворену шупљину, испуњену ваздухом, наметнути су нелокални гранични услови зрачења за топлотни флукс. Постављен је почетно-границни задатак који моделује задати проблем. Доказана је егзистенција и јединственост слабог решења. Предложена је диференцијска схема и доказана њена стабилност. Изведене је анализа грешке у зависности од глаткости улазних података. Нумеричким експериментом су потврђени теоријски резултати.

[5] Разматрана је вишечлана (multi-term) једначина субдифузије, са фракционим изводима по временској променљивој у којој коефицијенти уз фракционе изводе садрже Диракове дистрибуције. Осим овог типа једначине, разматра се и једначина субдифузије са динамичким граничним условима. Доказана је егзистенција генерализованих решења разматраних почетно-границних проблема, изведене одговарајуће априорне оцене, предложене диференцијске схеме, испитана њихова стабилност и изведене оцене брзине конвергенције у зависности од глаткости улазних података. Резултати добијени нумеричким експериментом су у доброј сагласности са теоријским.

[6] У раду се разматра генерализована фракциона телеграфска једначина. Доказана је егзистенција и јединственост слабог решења одговарајућег почетно-границног проблема и изведене априорне оцене. Предложена је диференцијска схема за нумеричко решавање постављеног проблема и доказана њена стабилност. Изведене је оцене брзине конвергенције, а теоријски резултати су тестирали на нумеричком примеру.

[7] Разматрана је фракциона таласна једначина са коефицијентом који садржи Диракову дистрибуцију. Испитивана је егзистенција генерализованих решења. Предложена је имплицитна схема која апроксимира проблем и доказана њена стабилност. Изведене су оцене брзине конвергенције у зависности од глаткости података у специјалним дискретним нормама типа Собольева. Изведене су нумерички експериметни чији су резултати у доброј сагласности са теоријским.

[8] За нумеричко решавање почетно-границног проблема за једначину субдифузије са променљивим коефицијентима и интерфејсом предложена је имплицитна диференцијска схема. Доказана је њена стабилност и изведена оцена брзине конвергенције. У специјалном случају када је коефицијент уз Диракову дистрибуцију константан, конструисана је економична факторизована схема. Доказана је њена стабилност и оцењена брзина конвергенције. Теоријски резултати су тестирани на нумеричком примеру и добијена је добра сагласност.

[9] У раду је размотрен трансмисиони проблем сопствених вредности у два дисјунктна интервала. Оцењено је асимптотско понашање низа сопствених вредности. Конструисана је одговарајућа диференцијска схема и тестирана на неколико нумеричких примера.

[10] У раду је дат приказ новијих резултата у теорији парцијалних једначина разломљеног реда. Основна пажња је посвећена почетно-границном проблему за једначину субдифузије. Доказана је коерцивност проблема, што повлачи егзистенцију и јединственост његовог слабог решења. Овај резултат се преноси и на неке сличне проблеме, као што су проблем са сингуларним коефицијентом уз фракциони извод по времену и трансмисиони проблем у дисјунктним областима.

[11] У раду се испituju особине диференцијске схеме за фракциону по временској променљивој једначину дифузије с Капутовим изводом реда  $\alpha \in (0, 1)$  у случају кад коефицијент уз извод по времену садржи Диракову дистрибуцију. Резултати нумеричког експеримента потврђују теоријске резултате.

[12] У овом раду је размотрена класа линеарних парцијалних диференцијалних једначина које садрже два фракциона извода реда између нула и два, по временској променљивој и елиптички оператор по просторној променљивој. У зависности од тога коме подинтервалу припадају фракциони изводи, одређена су три главна типа ових једначина. Егзистенција слабих решења одговарајућих почетно-границних проблема је доказана. Постављене су диференцијске схеме које апроксимирају ове задатке и доказана је њихова стабилност. Такође су изведене оцене брзине конвергенције у специјалним дискретним нормама типа Собольева. Теоријски резултати су тестирани на нумеричким примерима.

[13] У раду се разматра исти проблем као у раду [7]. За одговарајућу диференцијску схему добијена је оцена грешке у дискретној норми Лебеговог типа реда  $O(t^{2-\alpha}+h^2)$ . Нумерички експерименти потврђују теоријски резултат.

[14] У раду се разматра трансмисиони почетно-границни проблем за једначину субдифузије у два дисјунктна интервала. Доказана је његова коректност у одговарајућим просторима типа Собольева.

## МИШЉЕЊЕ И ПРЕДЛОГ КОМИСИЈЕ

Др Александра Делић је од 2016. године запослена као доцент на катедри за Нумеричку математику и оптимизацију Математичког факултета Универзитета у Београду, а у исто звање је реизабрана 2021. године. У студенским анкетама, високо је оцењена од стране студената за свој педагошки рад. Коаутор је збирке задатака из Увода у нумеричку математику која се користи у настави на Математичком факултету на основним студијама. Активно се бави научно-истраживачким радом, учествовала је на више националних и међународних конференција и била је учесник једног националног научног пројекта. До сада је објавила више научних радова, од тога 7 радова у часописима са СЦИ листе (3 рада у категорији M21, 3 рада у категорији M22 и 1 рад у категорији M23) и 5 радова у часописима од националног значаја. После првог избора у звање доцента објавила је, између остalog, 2 рада у категорији M21, 2 рада у категорији M22 и 1 рад у категорији M14. До сада је имала 11 саопштења на научним скуповима (од тога 5 након избора и звање доцента), од којих су два саопштења публикована у целини у зборницима радова.

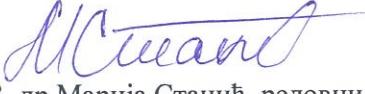
На основу изложених података, сматрамо да др Александра Делић у потпуности испуњава све услове за избор у звање ванредног професора. Зато са задовољством предлажемо Изборном већу Математичког факултета Универзитета у Београду да усвоји овај извештај и утврди предлог за избор др Александре Делић у звање ванредног професора за ужу научну област **Нумеричка математика и оптимизација са пуним радним временом**.

Београд, 19. фебруар 2024.

## ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ

  
1. др Зорица Станимировић, редовни професор  
Математичког факултета Универзитета у  
Београду

2. др Бошко Јовановић, редовни професор у  
пензији Математичког факултета  
Универзитета у Београду

  
3. др Марија Станић, редовни професор  
Природно-математичког факултета  
Универзитета у Крагујевцу