

ИЗБОРНОМ ВЕЋУ МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

Одлуком Изборног већа Математичког факултета на 125. седници одржаној 25.4.2025. године одређени смо за чланове Комисије за писање извештаја о кандидатима који учествују на конкурс за избор једног ванредног професора за ужу научну област Нумеричка математика и оптимизација на Математичком факултету Универзитета у Београду. На конкурс објављен у листу „Послови“ од 14.5.2025. године пријавила се једна кандидаткиња - др Сандра Живановић, доцент Математичког факултета Универзитета у Београду. О пријављеној кандидаткињи подносимо следећи

ИЗВЕШТАЈ

I БИОГРАФСКИ ПОДАЦИ

Др Сандра Живановић је рођена 27.8.1987. у Новом Пазару. Прву Крагујевачку гимназију завршила је 2006. године као носилац Вукове дипломе. На Математичком факултету Универзитета у Београду, на смеру Нумеричка математика и оптимизација, дипломирала је 2010. године са просечном оценом 9,55. Мастер рад под насловом „Неки спектрални проблеми и њихово нумеричко решавање“ одбранила је 2011. године на Математичком факултету Универзитета у Београду, под менторством проф. др Бошка Јовановића, чиме је стекла звање дипломирани математичар-мастер. Докторску тезу под називом „Диференцијске схеме за решавање једначине субдифузије“ одбранила је 2016. године на истом факултету, такође под менторством проф. др Бошка Јовановића.

Од 2011. до 2012. године била је ангажована на Математичком факултету у Београду као сарадник у настави. Од 2012. до 2016. године била је запослена у истој институцији у звању асистента за ужу научну област Нумеричка математика и оптимизација. У звање доцента за ужу научну област Нумеричка математика изабрана је 2016. године на Математичком факултету Универзитета у Београду. Реизабрана је у звање доцента за ужу научну област Нумеричка математика и оптимизација 2021. Од 2011. до 2019. године учествовала на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја: ОИ 174015 „Апроксимација интегралних и диференцијалних оператора и примене“.

II НАСТАВНА ДЕЛАТНОСТ

Од 2011. године до данас др Сандра Живановић је изводила наставу на следећим курсевима Математичког факултета:

- Увод у нумеричку математику (предавања и вежбе, основне студије)
- Нумеричка анализа 2А (предавања, основне студије)
- Нумеричка анализа 2Б (предавања, основне студије)
- Обрада сигнала (предавања и вежбе, основне студије)

- Теорија апроксимација (вежбе, основне студије)
- Линеарно програмирање (вежбе, основне студије)
- Нумеричке методе линеарне алгебре (предавања и вежбе, мастер студије)
- Нумеричка анализа 3 (докторске студије)
- Теорија апроксимација са применама (докторске студије)
- Математика за студенте хемије на Хемијском факултету (вежбе)

Наставни рад у протеклих 5 година од стране студената оцењен је просечном оценом 4.65 (по годинама од 2019/2020-2023/2024: 4.50, 4.83, 4.75, 4.63, 4.55). Ментор је на изради два мастер рада, а била је члан комисије за преглед, оцену и одбрану четири мастер рада који су успешно одбрањени.

Коаутор је збирке задатака: А. Делић, З. Дражић, С. Живановић, М. Ивановић, „Збирка решених задатака из увода у нумеричку математику”, Математички факултет, Београд 2017, ISBN: 978-86-7589-119-2

III НАУЧНИ И СТРУЧНИ РАД

- **Научна област:** Нумеричка математика и оптимизација
- **Ужа научна област:** Нумеричке методе за решавање парцијалних диференцијалних једначина са класичним изводима и изводима разломљеног реда, теорија диференцијских схема
- **Учешће на пројектима:** Од 2011. до 2019. године учествовала на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја: ОИ 174015 „Апроксимација интегралних и диференцијалних оператора и примене“
- **Цитираност:** Научни радови су до сада цитирани бар 26 пута (извор Google Scholar, мај 2025. год). Број хетероцитата је бар 12.
- Члан комисије за избор једног наставника у звање доцента за научну област Примењена математика на другој високошколској установи у земљи (Економски факултет, Универзитет у Крагујевцу).
- Члан организационог одбора Симпозијума „Математика и примене”, одржаног 2024. године. Симпозијум се одржава сваке године у организацији Математичког факултета, Универзитета у Београду. Један од уредника књиге апстраката.
- Члан организационог одбора Конгреса „15. Српски математички конгрес”, одржаног у Београду 2024. године. Један од уредника књиге апстраката.
- Рецензент неколико научних чланака у међународним часописима.

III БИБЛИОГРАФИЈА

Докторска дисертација М71

Сандра Живановић, „Диференцијске схеме за решавање једначине субдифузије“, Математички факултет Универзитета у Београду, 2016.

Мастер рад

Сандра Живановић, „Неки спектрални проблеми и њихово нумеричко решавање“, Математички факултет Универзитета у Београду, 2011.

Збирка задатака:

А. Делић, З. Дражић, С. Живановић, М. Ивановић, „Збирка решених задатака из увода у нумеричку математику”, Математички факултет, Београд 2017, ISBN: 978-86-7589-119-2

Радови у часописима после првог избора у звање доцента

1. Z. Milovanović Jeknić, A. Delić, S. Živanović: *A two-dimensional boundary value problem of elliptic type with nonlocal conjugation conditions*, IMA Journal of Numerical Analysis, vol. 44, no.5, pp.3094-3123, 2023, ISSN:0272-4979, DOI: <https://doi.org/10.1093/imanum/drad084>, (IF: 2.1, M21)
2. A. Delić, S. Živanović, Z. Milovanović Jeknić: *A Finite Difference Scheme for a Linear Multi-Term Fractional in Time Differential Equation with Concentrated Capacities*, International Journal of Numerical Analysis and Modeling, vol. 18, no.2, pp. 265-286, 2021, ISSN: 1705-5105 (IF: 1.105, M21)
3. A. Delić, B.S. Jovanović, S. Živanović: *Finite difference approximation of a generalized time-fractional telegraph equation*, Computational Methods in Applied Mathematics, vol. 20, no.4, pp. 595-607, 2020, De Gruyter, ISSN: 1609-4840 (IF: 1.225, M22)
4. A. Delić, B.S. Jovanović, S. Živanović: *Numerical Approximation of a Class of Time-Fractional Differential Equations*, Springer Optimization and Its Applications book series (SOIA, volume 159), Computational Mathematics and Variational Analysis, pp. 55-79, 2020 https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-44625-3_4 (M14, потврда категоризације издата од Матичног одбора за математику, компјутерске науке и механику)

Радови на рецензији

- S. Živanović, V. Brković, A. Delić, Z. Milovanović Jeknić: *A Finite Difference Scheme for the One-Dimensional Fractional Transmission Problem*

Списак радова пре избора у звање доцента:

5. S. Hodžić: *Factorized difference scheme for 2D fractional in time diffusion equation*, Applicable Analysis and Discrete Mathematics, ISSN: 1452-8630, vol. 9, no. 2, pp. 199 – 208, 2015 (IF: 1.131, M22)
6. S. Hodžić, B.S. Jovanović: *Finite difference approximation of an elliptic problem with nonlocal boundary condition*, Filomat, ISSN: 0354-5180 vol. 30, no. 6, pp. 1549 - 1557, 2016 (IF: 0.695, M22)
7. S. Hodžić-Živanović, B.S. Jovanović: *Additive difference scheme for two-dimensional fractional in time diffusion equation*, Filomat, ISSN: 0354-5180 vol. 31, no. 2, pp. 217 - 226, 2017 (IF: 0.635, M23)
8. A. Delić, S.G. Hodžić, B.S. Jovanović: *Factorized difference scheme for two-dimensional subdiffusion equation in nonhomogeneous media*, Publications de l'Institut Mathématique, vol. 99, no. 113, pp. 1-13, 2016, ISSN: 0350-1302 (IF: 0.270, M23)
9. A. Delić, S. Hodžić, B.S. Jovanović: *Difference scheme for an interface problem for subdiffusion equation*, Matematički vesnik, vol. 68., no. 4, pp. 298-314, 2016, ISSN:0025-5165 (M24)

10. **S. Hodžić**, B.S. Jovanović: *ADI Schemes for 2D Subdiffusion Equation, Numerical Analysis and Its Applications*, Lecture Notes in Computer Science, vol. 10187, pp. 350-358, 2017, Springer, https://doi.org/10.1007/978-3-319-57099-0_38 (M51)

Радови саопштени на научним скуповима штампани у целини или као сажетак

После избора у звање доцента:

11. **S. Živanović**: *Aproksimacija 1D i 2D jednačine subdifuzije*, VII Simpozijum Matematika i primene, ISBN: 978-86-7589-122-2, Beograd, 4-5. novembra, 2016. (M64)
12. **S. Živanović**, A. Delić, Z. Milovanović Jeknić: *Metoda konačnih razlika za linearnu višočlanu jednačinu subdifuzije*, XI Simpozijum Matematika i primene, str. 21, ISBN: 978-86-7589-155-0, Beograd, 3-4. decembra, 2021. (M64)
13. Z. Milovanović Jeknić, A. Delić, **S. Živanović**: *About some elliptic transmission problems*, Kongres mladih matematičara u Novom Sadu, pp. 52, Novi Sad, 29.9 - 1.10, 2022. <https://sites.google.com/view/kmmns2/>
14. Z. Milovanović Jeknić, A. Delić, **S. Živanović**: *Aproksimacija nekih eliptičkih transmisionih problema*, XII Simpozijum Matematika i primene, str. 46, ISBN: 978-86-7589-173-4, Beograd, 2-3. decembra, 2022. (M64)
15. Z. Milovanović Jeknić, D. Bojović, B. Sredojević, A. Delić, **S. Živanović**: *About a class of nonlocal hyperbolic equations*, XV Srpski matematički kongres, ISBN: 978-86-7589-191-8, Beograd, 19-22. juna, 2024. (M64)
16. **S. Živanović**, V. Brković, A. Delić, Z. Milovanović Jeknić: *Numerical approximation of one dimensional fractional transmission problem*, XV Srpski matematički kongres, ISBN: 978-86-7589-191-8, Beograd, 19-22. juna, 2024. (M64)
17. **S. Živanović**, A. Delić, Z. Milovanović Jeknić, *Aproksimacija dvodimenzione jednačine subdifuzije*, plenarno predavanje, Knjiga apstrakata XIV simpozijuma „Matematika i primene“, Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu, 6-7. decembar 2024., ISBN 978-86-7589-197-0, https://simpozijum.matf.bg.ac.rs/KNJIGA_APSTRAKATA_2024.pdf (M64)

Пре избора у звање доцента:

18. **S. Hodžić**: *Problem sopstvenih vrednosti sa nelokalnim Robin-Dirihleovim graničnim uslovima*, III Simpozijum Matematika i primene, str. 75-81, ISBN: 978-86-7589-097-3, Beograd, 25-26. maja, 2012. (M63)
19. **S. Hodžić**, B.S. Jovanović: *About a nonlocal BVP for Poisson's equation*, 13th Serbian Mathematical Congress, Vrnjačka Banja, May 22- 25, 2014. (M34)

Приказ радова

Мастер рад. У свом мастер раду Сандра Живановић (тада Хоџић) се бави проблемом сопствених вредности за линеарне диференцијалне једначине другог реда у случају различитих граничних услова локалног и нелокалног типа. У прву групу спадају Дирихлеови, Нојманови и Робинови гранични услови, а у другу - нелокални Робин-Дирихлеови услови, услови периодичности и

специјални асиметрични нелокални гранични услови. Показује се да у првих пет разматраних случајева задатак има пребројиво много сопствених вредности којима је $+\infty$ једина тачка нагомилавања. Посебна пажња је посвећена асиметричном спектралном проблему с константним коефицијентима, код којег сопствене функције задовољавају стандардан Дирихлеов услов $u(a) = 0$, и нелокални услов Нојмановог типа $u'(b) = u'(a)$. У овом случају одговарајући диференцијални оператор није само-конјугован, а сопствене функције не чине базу Лебеговог простора $L^2(a,b)$. Међутим, ако се скуп сопствених функција прошири додавањем такозваних придружених функција добија се потпун систем линеарно независних функција. При томе свакој сопственој вредности одговара по једна сопствена и једна придружена функција. Изузетак је прва сопствена вредност $\lambda = 0$ којој одговара само једна сопствена функција. Сопствене и придружене функције разматраног спектралног проблема и придружене и сопствене функције њему конјугованог проблема могу се нормирати тако да се добију два узајамно биортонормирана система.

Докторска дисертација. У својој докторској дисертацији Сандра Живановић (тада Хоџић) се бави почетно-граничним проблемима за једначину субдифузије и њиховом апроксимацијом методом коначних разлика. Једначина субдифузије добија се из класичне дифузионе једначине заменом првог парцијалног извода по временској променљивој изводом разломљеног реда α , где је $0 < \alpha < 1$. Једначине овог типа описују различите физичке процесе у којима се среће аномална дифузија (турбулентно струјање, хаотичка динамика итд.). Осим тога, изводи разломљеног реда, као оператори нелокалног карактера, имају велику примену у задацима с "меморијским ефектом" (процеси у срединама с фракталном геометријом, неуређеним материјалима, аморфним полупроводницима, вискоеластичним срединама итд.), као и у математичком моделирању економских, биолошких и социјалних феномена.

Почетно-гранични проблеми за једначину субдифузије имају слаба генерализована решења у одговарајућим просторима типа Собољева. У дисертацији је извршена нумеричка апроксимација тих проблема, односно конструисане су диференцијске схеме за њихово решавање.

Две важне особине које се очекују од добре диференцијске схеме јесу стабилност и економичност. Као и у случају класичне дифузије, експлицитна схема је економична, пошто се вредности нумеричког решења на посматраном временском слоју $t = t_k$ лако израчунавају ако су познате његове вредности на претходним временским слојевима. Нажалост, ова схема није апсолутно стабилна. За разлику од ње, имплицитна схема је апсолутно стабилна. За израчунавање вредности решења на новом временском слоју у случају имплицитне схеме потребно је решити диференцијски проблем елиптичког типа. У једнодимензионом случају тај задатак се своди на систем линеарних једначина с тродиагоналном матрицом који се ефикасно решава Томасовим алгоритмом. Међутим, у вишедимензионом случају добија се систем с матрицом сложеније структуре на који се овај алгоритам не може применити. Тако се на природан начин појављује проблем конструкције диференцијске схеме за вишедимензиону једначину субдифузије која ће у исто време бити апсолутно стабилна и економична.

С. Живановић је у дисертацији овај проблем решила предложивши две нове диференцијске схеме за апроксимацију почетно-граничног проблема за дводимензиону једначину субдифузије. Обе спадају у схеме променљивих праваца (енгл. ADI schemes – Alternating Direction Implicit schemes). Прва од њих је адитивна диференцијска схема којом се дати проблем своди на две спрегнуте једнодимензионе једначине које се наизменично решавају. Показана је стабилност адитивне схеме и конструисана оцена брзине конвергенције. Добијени теоријски резултати су тестиран на нумеричким примерима. Показало се да је ефективна брзина конвергенције по временској променљивој већа од теоријски предвиђене. Друга предложена схема је факторизована диференцијска схема. Њу карактерише увођење оператора погодне структуре, блиског идентичном оператору, који делује на фракциони извод. Решавање дискретизованог задатка се на сваком

временском слоју своди на решавање два sukcesivna sistema linearnih једначина с тродијагоналним матрицама. Показана је стабилност факторизоване схеме и конструисана оцена брзине конвергенције која је тестирана и потврђена нумеричким примерима. Такође је показано да се факторизована схема може применити и на једначину с елиптичким оператором с променљивим коефицијентима. У случају обе предложене схеме повећана економичност је плаћена нешто споријом конвергенцијом у односу на корак τ .

1. У овом раду се разматра модел пролазног проводног-зрачног преноса топлоте у сивим материјалима. Пошто област садржи затворену шупљину, на проводни топлотни флуks се намећу нелокални гранични услови зрачења. Постављен је проблем. Доказана је априорна оцена за његово слабо решење у одговарајућем простору Соболева. Предложена је и анализирана схема коначних разлика која апроксимира овај проблем. Добијена је процена брзине конвергенције, компатибилна са глаткошћу улазних података.
2. У овом раду се разматра вишечлана (енгл. multi-term) једначина субдифузије, са фракционим изводима по временској променљивој у којој коефицијенти уз фракционе изводе по временској променљивој садрже Диракове дистрибуције. Осим овог типа једначине, разматра се и једначина субдифузије са динамичким граничним условима. Доказана је егзистенција генерализаних решења разматраних почетно-граничних проблема, изведене одговарајуће априорне оцене, предложене диференцијске схеме, испитана њихова стабилност и изведене оцене брзине конвергенције у зависности од глаткости улазних података. Резултати добијени нумеричким експериментима су у доброј сагласности са теоријским.
3. У раду се разматра генерализована фракциона телеграфска једначина. Доказана је егзистенција слабог решења одговарајућег почетно-граничног проблема. Предложена је диференцијска схема за нумеричко решавање постављеног проблема и доказана њена стабилност. Изведена је оцена брзине конвергенције а теоријски резултати су тестирани на нумеричком примеру где је потврђена дата оцена.
4. У овом раду је размотрена класа линеарне парцијалне диференцијалне једначине која садржи два фракциона извода који су реда између нула и два по временској променљивој и елиптички оператор по просторној променљивој. У зависности ком подинтервалу припадају фракциони изводи, одређена су три главна типа овакве једначине. Егзистенција слабих решења одговарајућих почетно-граничних проблема је доказана. Постављене су диференцијске схеме које апроксимирају ове задатке и доказана је њихова стабилност. Такође су изведене оцене брзине конвергенције у специјалним дискретним нормама типа Соболева. Теоријски резултати су тестирани на нумеричким примерима.
5. У раду је предложена факторизована диференцијска схема за нумеричко решавање почетно-граничног проблема за дводимензиону једначину субдифузије. Испитана је њена стабилност и изведена оцена брзине конвергенције. Метода је илустрована на нумеричком примеру.
6. У раду се разматра Пуасонова једначина у јединичном квадрату с нелокалним граничним условом. Доказана је егзистенција и јединственост њеног слабог решења у простору Соболева H^1 . Предложена је диференцијска схема за нумеричко решавање датог проблема и доказана њена стабилност. Изведена је оцена брзине конвергенције у дискретној H^1 норми која је сагласна с глаткошћу улазних података.
7. У раду се разматра почетно-гранични проблем за фракциону једначину дифузије у дводимензионој области. За његову нумеричку апроксимацију предложена је економична

адитивна диференцијска схема. Доказана је стабилност диференцијске схеме и изведена оцена брзине конвергенције. Теоријски резултати су тестирани на нумеричком примеру и добијена је добра сагласност.

8. У раду се разматра почетно-гранични проблем за једначину субдифузије са променљивим коефицијентима, у дводимензионом случају. За разлику од једнодимензионог проблема, када се дискретизацијом на сваком временском слоју добија систем линеарних једначина с тродијагоналном матрицом који се ефикасно решава Томасовим алгоритмом, у вишедимензионом случају одговарајући систем има блочно-тродијагоналну матрицу што повлачи знатно повећање броја аритметичких операција потребних за његово решавање. У раду је предложена факторизована схема која је знатно нумерички ефикаснија од имплицитне схеме. Доказана је стабилност факторизоване схеме и изведене одговарајуће оцене брзине конвергенције.
9. За нумеричко решавање почетно-граничног проблема за једначину субдифузије са променљивим коефицијентима и интерфејсом предложена је имплицитна диференцијска схема. Доказана је њена стабилност и изведена оцена брзине конвергенције. У специјалном случају када је коефицијент уз Диракову дистрибуцију константан, конструисана је економична факторизована схема. Доказана је њена стабилност и оцењена брзина конвергенције. Теоријски резултати су тестирани на нумеричком примеру и добијена је добра сагласност.
10. У овом раду су резултати из чланка [7] генералисани на случај једначине субдифузије с променљивим коефицијентима. Исти проблем је апроксимиран и модификованом факторизованом схемом. За обе схеме је доказана стабилност и изведена оцена брзине конвергенције. Теоријски резултати су тестирани на нумеричким примерима.

МИШЉЕЊЕ И ПРЕДЛОГ КОМИСИЈЕ

Др Сандра Живановић је од 2011. године запослена на Катедри за нумеричку математику и оптимизацију Математичког факултета Универзитета у Београду. У звање доцента на истом факултету изабрана је 2016. године, а у исто звање је реизабрана 2021. године. У студентским анкетама, високо је оцењена од стране студената за свој педагошки рад. Коаутор је збирке задатака из Увода у нумеричку математику која се користи у настави на Математичком факултету на основним студијама. Активно се бави научно-истраживачким радом, учествовала је на више националних и међународних конференција и била је учесник једног националног научног пројекта. До сада је објавила више научних радова, од тога 7 радова у часописима са СЦИ листе (2 рада у категорији M21, 3 рада у категорији M22 и 2 рада у категорији M23) и 2 рада у часописима од националног значаја у категоријама M24 и M51. После првог избора у звање доцента објавила је, између осталог, 2 рада у категорији M21, 1 рад у категорији M22 и 1 рад у категорији M14. До сада је имала 9 саопштења на научним скуповима (од тога 7 након избора у звање доцента), од којих је једно саопштење публиковано у целини у зборнику радова.

На основу изложених података, сматрамо да др Сандра Живановић у потпуности испуњава све услове за избор у звање ванредног професора. Зато са задовољством предлагемо Изборном већу Математичког факултета Универзитета у Београду да усвоји овај извештај и утврди предлог за избор др Сандра Живановић у звање ванредног професора за ужу научну област **Нумеричка математика и оптимизација са пуним радним временом.**

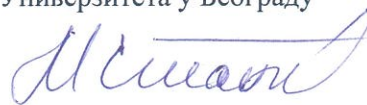
Београд, 2. јун 2025.

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ



1. др Зорица Станимировић, редовни професор
Математичког факултета Универзитета у
Београду

2. др Бошко Јовановић, редовни професор у
пензији Математичког факултета
Универзитета у Београду



3. др Марија Станић, редовни професор
Природно-математичког факултета
Универзитета у Крагујевцу