Изборном већу Математичког факултета

На 132. седници Изборног већа одржаној 27. марта 2026. године, одређени смо за чланове комисије за писање реферата за избор једног ванредног професора за ужу научну област Математичка анализа (РФА) на одређено време од 60 месеци. У вези с тим подносимо Већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

На конкурс објављен 8. априла 2026. године у листу *Послови* број 1192-1193, у законски прописаном року, пријавио се један кандидат, др Петар Мелентијевић. Наводимо значајне податке о кандидату.

1 Биографија кандидата

Др Петар Мелентијевић рођен је 9. 5. 1989. у Ужицу. Дипломирао је 2013. године на Математичком факултету у Београду, смер Теоријска математика и примене, са просечном оценом 9,325. Мастер рад под називом *Дуалност Хардијевог простора* H^1 је одбранио на Математичком факултету у Београду, код професора др Мирослава Павловића, 2014. године. Од 2014. године као студент докторских студија на Математичком факултету у Београду, на студијском програму Математика, модул Теоријска математика и примене, положио је све испите са просечном оценом 10,00. Докторску дисертацију под називом *Оцене градијената функција и норми оператора у теорији хармонијских функција* одбранио је 4. децембра 2018. године, код ментора др Милоша Арсеновића. Добитник је награде Математичког Института за најбољи докторат у 2018. години (2019. године), а 2020. и награде Веселина Лучића за најбољи научни рад на Универзитету у Београду. Од 2014. до 2016. године радио је као сарадник у настави, од 2016. до 2019. као асистент, а од 2019. године ради као доцент за научну област Математичка анализа (РФА) на Математичком факултету у Београду. Године 2024. реизабран је у звање доцента. Водио је Семинар за Анализу на ком су излагали многи угледни и значајни математичари.

2 Научни рад

Објављени радови пре избора у звање доцента :

(1) **P. Melentijević**, ***Invariant gradient in refinements of Schwarz lemma and Harnack inequalities***, **Ann. Acad. Sci. Fenn. Math.** 48 (2018), 391-399. **M21,** IF: 0.941, електронски објављен на:
www.acadsci.fi/mathematica/Vol43/vol43pp0391-0399.pdf

(2) Danko Jocić, Đordje Krtinić, Milan Lazarević, Petar Melentijević, Stefan Milošević, *Refinements of inequalities related to Landau-Gruss inequalities for elementary operators acting on ideals associated to p-modified unitarily invariant norms*, **Complex Analysis and Operator Theory**, 12 (2018) 195-205, 1661-8262, **M22**, IF: 0.799, електронски објављен на:
https://link.springer.com/article/10.1007/s11785-016-0622-8.

(3) **P. Melentijević**, *Norm of the Bergman projection onto the Bloch space with $\mathcal{M}$ -invariant gradient norm,* **Ann. Acad. Sci. Fenn. Math.** 44 (2019) **M21**, IF: 0,941, електронски објављен на:
http://www.acadsci.fi/mathematica/Vol44/vol44pp0211-0220.pdf

(4) **P. Melentijević**, *Cauchy and Bergman projection, sharp gradient estimates and certain operator norm equalities*, **Complex Variables and Elliptic Equations**, **M22**, IF: 0,832, електронски објављен на:
https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/17476933.2019.1574771.

(5) **P. Melentijević**, *A proof of the Khavinson conjecture in* $\mathbb{R}^3$, **Advances in Mathematics**, 352 (2019) 1044-1065, **M21a**, IF: 1,372, електронски објављен на:
https://doi.org/10.1016/j.aim.2019.06.025.

Објављени радови након избора у звање доцента :

(6) **P. Melentijević, V. Božin**, *Sharp Riesz-Fejer inequality for Harmonic Hardy Spaces*, **Potential Analysis**, 55 (2021) 575-580, **M21**, IF: 1,416,(2020), IF: 1,096 (2021) електронски објављен на:
https://link.springer.com/article/10.1007/s11118-020-09839-3.

(7) **J. Chen, D. Kalaj, P. Melentijević**, *Khavinson Problem for Hyperbolic Harmonic Mappings in Hardy Space*, **Potential Analysis**, 59 (2023) 1205-1234, **M22**, IF: 1,1, електронски објављен на:
https://link.springer.com/article/10.1007/s11118-022-10004-1.

(8) **P. Melentijević, M. Marković**, *Best Constants in Inequalities Involving Analytic and Co-Analytic Projections and Riesz' s Theorem in Various Function Spaces*, **Potential Analysis**, 59 (2023) 1599-1620, **M22**, IF: 1,1, електронски објављен на:
https://link.springer.com/article/10.1007/s11118-022-10021-0.

(9) **D. Kalaj, P. Melentijević, J-F. Zhu**, *L^p theory for Cauchy transform on the unit disk*, **Journal of Functional Analysis**, 282(4) (2022), 1205-1234, **M21a**, IF: 1,7, електронски објављен на:
https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0022123621004195.

(10) **P. Melentijević**, *Hollenbeck-Verbitsky conjecture on best constants inequalities for analytic and co-analytic projections*, **Mathematische Annalen**, 388 (2024), 4405-4448, **M21**, IF: 1,4, електронски објављен на:
https://link.springer.com/article/10.1007/s00208-023-02639-1.

(11) **J. Liu, P. Melentijević, J-F. Zhu,** *L^p norm of truncated Riesz transform and an improved dimension-free estimate for maximal Riesz transform*, **Mathematische Annalen**, (2024), Volume 389, br. 4, str. 3513-3534 , **M21**, IF: 1,4, електронски објављен на:
https://link.springer.com/article/10.1007/s00208-023-02736-1.

(12) **P. Melentijević,** *Hypercontractive inequalities for weighted Bergman spaces*, **Bulletin of London Mathematical Society**, 55(6) (2023), 2611-2616, **M22**, IF: 1,034, електронски објављен на:
https://londmathsoc.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1112/blms.12883.

(13) **P. Melentijević,** *Best constants in reverse Riesz-type inequalities for analytic and co-analytic projections*, **Journal of Mathematical Analysis and Applications**, (2025), Volume 547, br. 2, **M21**, IF:1,2, електронски објављен на:
https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2025.129336

(14) **D. Kalaj, P. Melentijević,** *Weighted contractivity for derivatives of functions in the Bergman space on the unit disk*, **Computational Methods and Function Theory**, (2025), **M22**, IF: 0,7, електронски објављен на:
https://doi.org/10.1007/s40315-025-00583-6

(15) **J. Gomez, D. Kalaj, P. Melentijević, J. P. G. Ramos,** *Uniform stability of concentration inequalities and applications*, **Proceedings of London Mathematical Society**, (2025), Volume 131, br. 6, **M21a**, IF: 1,6,
електронски објављен на: https://doi.org/10.1112/plms.7011

(16) **D. Kalaj, P. Melentijević,** *Gaussian curvature conjecture for minimal graphs*, **Duke Mathematical Journal**, (2026), Volume 175, br. 3, 361-396, **M21a+**, IF: 3,0,
електронски објављен на:
https://doi.org/10.1215/00127094-2025-0034

2.1 Рукописи на рецензији:

(17) **P. Melentijević,** *Sharp stability of convex functionals on weighted Bergman spaces with application*

(18) **V. Jaguzović, P. Melentijević,** *Stability of Wehrl-type functionals and concentration estimates on Bergman spaces of log-subharmonic functions on the unit sphere*

2.2 Предавања на конференцијама

- Десети симпозијум 'Математика и примене', Београд, Србија 2019
- **Probabilystic techniques in Analysis: Spaces of Holomorphic Function, 6.-10.12.2021.,** Сочи, Руска Федерација, позвани предавач
- **Други конгрес младих математичара, 29.9.-1.10.2022., Нови Сад, Србија,** позвани предавач

- **Contemporary Analysis and Applications, 18.-18.6.2021.,** Љубљана, Словенија
- **Days of Analysis in Sirius, 16.-20.10.2023.,** Сочи, Руска Федерација, позвани предавач
- **Semiclassical Analysis and Nonlocal Elliptic Problems, 17.-20.10.2023.,** Москва, Русија, позвани предавач
- **XXI Geometrical seminar 26.6.-2.7.2022.,** Београд, Србија
- **Probability Techniques in Analysis and Algorithms on Networks, 24.11.-29.11.2025.,** Санкт Петербург, Руска Федерација, позвани предавач

2.3 Приказ научних радова

У раду [1] кандидат, користећи својства инваријантног градијента доказује неједнакости Шварцовог типа за холоморфна пресликавања јединичне лопте $\mathbb{B}^n$ у јединичну лопту $\mathbb{B}^m$, као и аналогне неједнакости за холоморфне функције које немају нула у лопти, плурихармонијске функције на јединичној лопти са кодоменом у $(-1,1)$. Овим су добијена профињења неједнакости доказаних од стране Давида Каљаја и Константина Ђаконова. Такође, у истом раду, дат је и нов доказ контрактивности позитивних хармонијских функција на полуравни, при чему се на полуравни и скупу позитивних реалних бројева посматрају одговарајуће хиперболичке метрике. Дати су и контрапримери који показују да исто не важи у полупросторима виших димензија.

У раду [2] представљен је идентитет

$$\begin{aligned}
&\left|\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*XB_n-\Big(\sum_{n=1}^{N}A_n^*\Big)X\Big(\sum_{n=1}^{N}B_n\Big)\right|^2\\
&+\sum_{1\le m<n\le N}\alpha_m\alpha_n\Bigg|(\alpha_m^{-1}A_m-\alpha_n^{-1}A_n)\left(cI+\left(c^2I-\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*A_n+\left|\sum_{n=1}^{N}A_n\right|^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}\\
&\times\left(\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*XB_n-\Big(\sum_{n=1}^{N}A_n^*\Big)X\Big(\sum_{n=1}^{N}B_n\Big)\right)-cX(\alpha_m^{-1}B_m-\alpha_n^{-1}B_n)\Bigg|^2\\
&=c^2\left(\sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}B_n^*X^*XB_n-\left|X\sum_{n=1}^{N}B_n\right|^2\right)
\end{aligned}$$

где је $c \geqslant \sum_{n=1}^{N}\alpha_n^{-1}A_n^*A_n+\left|\sum_{n=1}^{N}A_n\right|^{2\frac{1}{2}}$ а A_n, B_n (за $1 \leqslant n \leqslant N$) и X су ограничени оператори. Након тога је добијени идентитет искоришћен за профињење неједнакости Ландау - Гриса. Између осталог, из њега је постигнута варијанта Ландау - Грисове неједнакости за p - модификоване норме, а дат је и низ примена добијеног резултата. Специјално за Шатенове норме $\|\cdot\|_p$, за $p \geqslant 2$, добијени идентитет се додатно упрошћава, што, између осталог, омогућава утврђивање под којим условима се достиже једнакост у добијеним неједнакостима.

Рад [3] се бави оценом норме тежинске Бергманове пројекције

$$P_\alpha f(z) = c_\alpha \int_{\mathbb{B}^n} K_\alpha(z,w) f(w) dv_\alpha(w), \quad f \in L^p(\mathbb{B}^n), \quad 1 < p \leqslant \infty, \quad \alpha > -1,$$

са

$$K_\alpha(z,w) = \frac{1}{(1 - \langle z, w\rangle)^{n+\alpha+1}}, \qquad z, w \in \mathbb{B}^n,$$

посматране на $L^\infty(\mathbb{B}^n)$ као полазном и Блоховом простору $\mathcal{B}$ као долазном. Такође, битан моменат је што се као одговарајућа полунорма на Блоховом простору посматра полунорма дефинисана инваријантним градијентом

$$\|f\|_{\widetilde{\mathcal{B}}} := \sup_{|z|<1} |\widetilde{\nabla} f(z)| < \infty,$$

где је

$$\widetilde{\nabla} f(z) = \nabla(f \circ \varphi_z)(0).$$

Проблем одређивања тачне вредности полунорме своди се на одређивање максимума функције:

$$l(t) = (n+\alpha+1) \int_{\mathbb{B}^n} \frac{|(1-w_1)\cos t + w_2 \sin t|}{|w_1 - 1|^{n+\alpha+1}} dv_\alpha(w)$$

на сегменту $[0, \frac{\pi}{2}]$. Кандидат добија репрезентацију ове функције помоћу хипергеометријског реда

$$l(t) = \frac{\pi \Gamma(n+\alpha+2)}{2\Gamma^2(\frac{n+\alpha}{2}+1)} \cdot {}_2F_1(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; 1; \cos^2 t)$$

која је растућа на посматраном интервалу, па је отуда и

$$\|P_\alpha\|_{\widetilde{\mathcal{B}}} = \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma(n+\alpha+2)}{\Gamma^2(\frac{n+\alpha}{2}+1)}$$

и

$$\frac{\pi}{2} \frac{\Gamma(n+\alpha+2)}{\Gamma^2(\frac{n+\alpha}{2}+1)} \leqslant \|P_\alpha\|_{\mathcal{B}} \leqslant 1 + \frac{\pi}{2} \frac{\Gamma(n+\alpha+2)}{\Gamma^2(\frac{n+\alpha}{2}+1)}.$$

Рад [4] бави се оптималним оценама за Бергманову пројекцију типа

$$|\nabla P_\alpha f(z)| \leqslant C_{p,n,\alpha}(z) \|f\|_{L^p}, \quad f \in L^p(\mathbb{B}^n), z \in \mathbb{B}^n, \alpha > -1,$$

а последично и

$$\sup_{|z|<1} (1 - |z|^2)^\beta |\nabla P_\alpha f(z)| \leqslant C_{p,n,\alpha} \|f\|_{L^p},$$

са оптималним експонентом $\beta = \beta(p, n, \alpha)$, као и константом $C_{p,n,\alpha}$. Као последицу добија и неједнакост

$$|\nabla f(z)| \leqslant \frac{\sqrt{(n+\alpha+1)(1+(n+\alpha+1)|z|^2)}}{(1-|z|^2)^{1+\frac{n+\alpha+1}{2}}} \|f\|_{A^{2,\alpha}},$$

за функције из тежинског Бергмановог простора, али и одговарајуће неједнакости за Кошијеву пројекцију на $L^p(S^n)$, Бесов-Блохове полунорме, као и полунорму инваријантног градијента Бергманове и Кошијеве пројекције. Основна примедба при преносу резултата је да се одговарајућа неједнакост за Кошијеву пројекцију, при истој вредности n, добија уврставањем $\alpha = -1$ у неједнакости за тежинску Бергманову пројекцију P_α. Илустрације ради, претходна неједнакост постаје неједнакост за Хардијеве просторе на сфери:

$$|\nabla f(z)| \leqslant \frac{\sqrt{n(1+n|z|^2)}}{(1-|z|^2)^{1+\frac{n}{2}}}\|f\|_{H^2}.$$

У раду [5] кандидат доказује Хавинсонову хипотезу у $\mathbb{R}^3$. Ова претпоставка појавила се 1992. у раду Дмитрија Хавинсона, који показује неједнакост

$$|\langle \nabla u(x), n_x\rangle| \leqslant \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{(1+\frac{1}{3}\rho^2)^{\frac{3}{2}}}{1-\rho^2} - 1\right)\sup_{|y|<1}|u(y)|,$$

где је $n_x = \frac{x}{|x|}$ и $\rho = |x|$, односно даје оптималну оцену градијента хармонијске функције u у радијалном правцу. Питање је: Да ли иста неједнакост важи ако се на левој страни стави $|\nabla u(x)|$. Испоставља се да је на овакво питање тешко дати одговор и кандидат ово доказује користећи нову технику, посматрајући неједнакости типа

$$|\langle \nabla u(x), l\rangle| \leqslant C(x,l)\sup_{|y|<1}|u(y)|.$$

и добијајући нову формулу за репрезентацију константе $C(x,l)$ при $x = \rho e_1$, где је $0<\rho<1$:

$$C(\rho e_1, l) = \frac{n}{1-\rho^2}\frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2})\Gamma(\frac{n-1}{2})}$$

$$\times \int_{-1}^{1}\left|\tfrac{n-2}{n}\rho\cos\alpha - x\right|\frac{(1-x^2)^{\frac{n-3}{2}}}{(1+\rho^2-2\rho x\cos\alpha)^{\frac{n}{2}-1}}\,{}_2F_1\!\left(\tfrac{n-2}{4}, \tfrac{n}{4}; \tfrac{n-1}{2}; \tfrac{4\rho^2\sin^2\alpha(1-x^2)}{(1+\rho^2-2\rho x\cos\alpha)^2}\right)dx.$$

Јасно, овде се проблем третира општије, тј. у $\mathbb{R}^n$.

Даље се конструише мајоранта $\tilde{C}_\rho(\alpha)$ која има исту вредност за $\alpha = 0$, као и сама C, а која се може израчунати у затвореном облику, што кандидат показује користећи неколико помоћних тврђења. На крају, детаљном анализом добијене мајоранте у димензији три, показује се да је наведена Хавинсонова претпоставка тачна, тј. важи неједнакост:

$$|\nabla u(x)| \leqslant \frac{1}{\rho^2}\left(\frac{(1+\frac{1}{3}\rho^2)^{\frac{3}{2}}}{1-\rho^2} - 1\right)\sup_{|y|<1}|u(y)|,$$

где је $\rho = |x|$.

У раду [6] кандидат са коаутором доказује оштре Рис-Фејерове неједнакости за хармонијске функције из Хардијевог h^p простора:

$$\int_{-1}^{1}|f(re^{is})|^p dr \leqslant \frac{1}{2\cos^p\frac{\pi}{2p}}\int_0^{2\pi}|f(e^{i\theta})|^p d\theta,$$

где је $s \in [0, 2\pi]$ и константа на десној страни јінеједнакости је најбоља могућа. Основна примедба је да је оператор проширења L^p функције задате на кругу $\mathbb{T}$ у диск $\mathbb{D}$ позитиван, па се тврђење доказује Шуровим тестом уз погодан одабир пробне функције.

Рад [7] садржи делимично решење проблема тачне оцене градијента хиперболички хармонијске функције са граничним вредностима у L^p простору на сфери и полупростору. Прецизније, доказујемо да, ако посматрамо оптималне оцене градијента функције ϕ са вредностима на граници датим функцијом $u \in L^p(\partial\Omega)$ у правцу l :

$$|\langle \nabla u(x), l\rangle| \leqslant \mathbf{C}_{\Omega,q}(x;l)\|\phi\|_{L^p(\partial\Omega,\mathbb{R})},$$

тада се испоставља да је највеће овакво истезање постигнуто за радијални правац, тј.

$$\max_{|l|=1} \mathbf{C}_{\Omega,q}(x;l) = \mathbf{C}_{\Omega,q}(x;\tfrac{x}{|x|}),$$

ако је Ω лопта или полупростор у $\mathbb{R}^n$ и p припада извесном опсегу.

У раду [8] дато је решење проблема Холенбека и Вербицког о тачној L^p оцени $s-$средине аналитичке и коаналитичке пројекције функције $f \in L^p(\mathbb{T})$ у односу на њену L^p норму. У основи доказа је примена метода плурисубхармонијских миноранти која проблем преводи на извесне врло оштре неједнакости за комплексне бројеве. Ове неједнакости представљају озбиљан технички проблем за доказивање, а методе развијене у овом раду то омогућавају у опсегу $s \geqslant \max\{p, \frac{p}{p-1}\}$.

Рад [9] посвећен је одређивању тачне L^2 норме Кошијеве трансформације дефинисане за Лапласов проблем у диску $\mathbb{D}$ са

$$\mathcal{P}[\phi](z) = -\int_{\mathbb{D}} \left(\frac{\phi(w)}{w-z} + \frac{z\overline{\phi(w)}}{1-\overline{w}z}\right) dA(w).$$

Проблем се низом трансформација своди на оцењивање норми оператора који делују на ортогоналним потпросторима, а за тим и на крају решава варијационим методама. Аутори доказују да је норма једнака решењу једне нелинеарне једначине у којој фигуришу Беселове функције, тачније за $\|\mathcal{P}\|_2 = \alpha$ важи:

$$2J_0\left(\frac{2}{\alpha}\right) - \alpha J_1\left(\frac{2}{\alpha}\right) = 0.$$

Описан је и скуп свих екстремалних функција као и L^1 и L^∞ норма истог оператора. Један део тежине проблема потиче и од недостатка комплексне линеарности посматраног оператора.

У раду [10] кандидат решава у потпуности хипотезу Холенбека и Вербицког за $p \geqslant 2$ и $s > 0$, као и за $1 < p \leqslant \frac{4}{3}$ и $s \leqslant \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{2p}}$. Као и у раду [9], предмет су оцене за аналитичку P_+ и коаналитичку пројекцију P_- функције $f \in L^p(\mathbb{T})$ са тачним константама $A_{p,s}$:

$$\|\left(|P_+f|^s + |P_-f|^s\right)^{\frac{1}{s}}\|_{L^p(\mathbb{T})} \leqslant A_{p,s}\|f\|_{L^p(\mathbb{T})}.$$

При томе је

$$A_{p,s} = \max_{y\geq 0} \frac{2^{\frac{1}{s}} \cosh^{\frac{1}{s}} \frac{sy}{2}}{\left(\cosh y - \cos\frac{\pi}{p}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

и специјално за $s \leqslant \frac{1}{\sin^2\frac{\pi}{2p}}$ важи $A_{p,s} = \frac{2^{\frac{1}{s}}}{2\sin\frac{\pi}{2p}}$ за $p \geqslant 2$. Слично се добија и за $1 < p \leqslant \frac{4}{3}$, али је у овом случају хипотеза доказана само за $s \leqslant \frac{1}{\cos^2\frac{\pi}{2p}}$. Метод се заснива на доказивању врло компликованих неједнакости за комплексне бројеве који "чувају места" за аналитички део L^p функције и конјугат антианалитичког дела. Доказ се ослања на врло детаљну анализу стационарних тачака једне функције и показује јединственост такве тачке. Главна техничка препрека у овом методу је врло честа потреба за оштрим оцењивањем решења неких нелинеарних једначина. Поред уобичајене поставке, доказане су и бројне последице, тј. неједнакости за множиоце на полуправој, полупросторима, неједнакости за аналитичке мартингале.

У [11] аутори доказују побољшане и доста оштре оцене за L^p норму максималне Рисове трансформације у терминима L^p норме Рисове трансформације исте функције:

$$\|R_j^* f\|_{L^p} \leqslant \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{2}{p}} \|R_j f\|_{L^p}, \quad \text{за} \quad p \geqslant 2, \quad d \geqslant 2.$$

Доказ користи неке основне алате хармонијске анализе и врло прецизна израчунавања за оператор M^t који слика Рисову трансформацију неке функције у $t-$одсечену Рисову трансформацију исте. Ово укључује бројне идентитете и оцене за Беселове функције, оцене квадратне функције за оператор M^t, као и основне методе интерполације. Узгред, користећи израчунавања у доказу наведене теореме доказана је и чињеница да је L^p норма одсечене Рисове трансформације R_j^t контрактивна у односу на R_j, као и њихове тачне L^p норме. Тачније, важи:

$$\|R_j^t f\|_{L^p} \leqslant \|R_j f\|_{L^p}$$

и

$$\|R_j^t\|_{L^p} = \|R_j\|_{L^p},$$

за све $1 < p < +\infty$, $j \in \{1, \ldots, d\}$ и $t > 0$.

Хиперконтрактивне неједнакости за тежинске Бергманове просторе тема су рада [12]. Овде кандидат доказује дуго отворену хипотезу о неједнакостима облика

$$\left(\int_{\mathbb{D}} |f(rz)|^q dA_\alpha(z)\right)^{\frac{1}{q}} \leqslant \left(\int_{\mathbb{D}} |f(z)|^p dA_\alpha(z)\right)^{\frac{1}{p}},$$

где је $dA_\alpha(z) = \frac{\alpha-1}{\pi}(1-|z|^2)^{\alpha-2}dA(z)$, за све $\alpha > 1$ и $0 < p < q$ за $q \geqslant 2$, користећи недавно доказану и врло значајну неједнакост Куликова за контрактивна утапања тежинских Бергманових простора и конвексност интегралних средина аналитичких функција. Делимичан напредак остварен је у случају $0 < p < q < 2-$ хипотеза важи у случају холоморфних функција без нула, иначе је доказана неједнакост са мањом вредности r од претпостављене.

Рад [13] разматра проблем одређивања тачних константи у неједнакостима облика

$$\|f\|_{L^p(\mathbb{T})} \leqslant B_{p,s} \|(|P_+ f|^s + |P_- f|^s)^{\frac{1}{s}}\|_{L^p(\mathbb{T})}$$

за $s > 0$ и $p > 1$. Проблем је решен за $s \in (0,1] \cup [p', +\infty)$, где је $p' = \min\{p, \frac{p}{p-1}\}$ и $p \in (1,2] \cup [4,+\infty)$. Оцене одоздо за константу $B_{p,s}$ постигнуте су коришћењем фамилије функција $f_\gamma(z) = \alpha \Re g_\gamma(z) + i\beta \Im g_\gamma(z)$, са $g_\gamma(z) = \left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\frac{2\gamma}{\pi}}, \gamma < \frac{\pi}{p}$. Доказ да су добијене оцене и оптималне заснива се, ако и у радовима [8] и [10], на методу плурисубхармонијских миноранти. Након неколико свођења која укључују поређења ових миноранти на појединим деловима домена и њихову хомогеност неједнакост се своди на доказ оштре неједнакости за комплексне бројеве z и w. Овакву оцену даље показујемо детаљном анализом евентуалних стационарних и рубних тачака функције која се добија за миноранту при $z = 1$ и $w = re^{it}$, $r \in [0,1]$. За евентуалне стационарне тачке ненегативност добијене функције доказујемо заменом исте функцијом која има исту вредност у стационарној тачки и која је врло очигледно ненегативна за посматрану вредност параметара. Анализа рубних тачака знатно је сложенија и захтева врло оштре оцене хиперболичких функција након локализације најмање вредности функције на рубу.

У раду [14] разматрају се оцене величине

$$R_{n,\mu} = \frac{\int_\Omega |f^{(n)}(z)|^2 d\mu_{n,\alpha}}{\|f\|_{\mathcal{A}^2_\alpha}},$$

где је $\|f\|_{\mathcal{A}^2_\alpha}$ тежинска Бергманова норма, $\Omega \subset \mathbb{D}$ (подскуп јединичног диска) задате хиперболичке мере, а $f^{(n)}$ $n-$ти извод функције f холоморфне у јединичном диску $\mathbb{D}$. Резултат представља уопштење ранијег рада Рамоса и Тилија који показује овакву неједнакост за саму функцију f (без извода). Такође, аутори разматрају две различите врсте мера $\mu_{n\alpha}$ од којих је једна значајна између осталог и из разлога што се рескалирањем аргумента може извести аналогна неједнакост за Фокове просторе.
Основна идеја доказа лежи у примени изопериметријске неједнакости за хиперболичку метрику на супер-нивоске скупове $\{z \in \mathbb{D} : |f^{(n)}(z)|^2(g(z))^{-1} > t\}$, за разне вредности t и погодну (бирану у односу на саму меру $\mu_{n,\alpha}$) тежинску функцију g. Главни допринос рада је у конструкцији тежинске функције g, могућности примене резултата у контексту Фокових простора, као и комбинаторном доказу једне елементарне неједнакости која укључује Јакобијеве полиноме.

Тема рада [15] је квантитативна верзија Фабер-Кранове неједнакости за трансформацију Коушијевих таласића. Резултат рада одговара на једно од основних питања које се поставља код неједнакости са нетривијалним скупом екстремалних функција: Уколико је вредност посматраног функционала близу екстремне вредности, колико је функција на којој се функционал израчунава близу скупу екстремалних функција у некој норми? Осим што је дат потврдан одговор на постављено питање, дата је и асимптотски оптимална оцена растојања функције од скупа екстремалних. Прецизније, функционалу

$$R = \frac{\int_\Omega |f(z)|^2(1-|z|^2)^{\alpha+2} d\mu(z)}{\|f\|_{\mathcal{A}^2_\alpha}}, \quad \alpha > -1,$$

који је природно повезан са Коушијевим таласићима, продрижујемо дефицит, као величину која "мери" одступање вредности наведеног функционала од његове екстремне вредности, дефинисан са:

$$\delta(f;\Omega,\alpha) := \frac{\|f\|_{\mathcal{A}_\alpha}\theta_\alpha(s) - \int_\Omega |f(z)|^2(1-|z|^2)^{\alpha+2} d\mu(z)}{\|f\|_{\mathcal{A}_\alpha}\theta_\alpha(s)}.$$

Овде је $s = \mu(\Omega) = \int_\Omega (1-|z|^2)^{\alpha+2} dA(z)$ (хиперболичка мера скупа $\Omega \subset \mathbb{D}$), а $\theta(s) = 1 - \left(1+\frac{s}{\pi}\right)^{\alpha-1}$ вредност функционала за $f(z)=1$. Основни резултат рада дат је следећом оценом:

$$\inf_{|c|=\|f\|_{\mathcal{A}_\alpha}, \omega\in\mathbb{D}} \frac{\|f-cf_\omega\|_{\mathcal{A}_\alpha}}{\|f\|_{\mathcal{A}_\alpha}} \leqslant C\left(1+\frac{\alpha+2}{\alpha+1}\left[\left(1+\frac{s}{\pi}\right)^{\alpha+1}-1\right]\right)^{\frac{1}{2}} \delta(f;\Omega,\alpha)^{\frac{1}{2}}.$$

Скуп екстремалних функција дат је са $f_\omega(z) = \sqrt{\frac{\alpha+1}{\pi}}(1-|z|^2)^{\frac{\alpha+2}{2}}(1-\overline{\omega}z)^{-\alpha-2}$, за $\omega \in \mathbb{D}$.

Изложилац $\frac{1}{2}$ је у претходној неједнакости је оптималан. Постојање апсолутне константе C, независне од $\alpha > -1$ показује двострану асимптоцку оштрину оцене. Наиме, преласком на граничну вредност кад $\alpha \to -1$ добијамо одговарајући оптималан резултат стабилности неједнакости концентрације за функције из Хардијевог простора $H^2(\mathbb{D})$, док рескалирањем и пуштањем $\alpha \to +\infty$ добијамо нови доказ квантитативне Фабер-Кранове неједнакости за Фокове просторе, односно *short−time* Фуријеову трансформацију.

У раду [16] доказана је дуго отворена хипотеза о оштрој оцени Гаусове кривине минималне површи над јединичним диском у тацки изнад центра диска. Тачније, доказана је следећа теорема: Ако је S минимални граф над диском $D(w_0, R)$ и ξ је тачка изнад w_0, тада важи неједнакост: $|\mathcal{K}(\xi)| < \frac{\pi^2}{2R^2}$.

Постојање овакве константе познато је од раније и део је доказа познате Бернштајнове теореме (једина минимална површ над целом равни је раван). Ипак, већ су почетни примери сугерисали да би скоро-оптимална површ могла бити површ над квадратом позната као Шеркова површ. Иако је дуго времена, заснивајући се на могућности конформне хармонијске параметризације оваквог графа, приступ био у доказивању неједнакости Хајнцовог типа, која даје оштру оцену одоздо за збир квадрата модула коефицијената a_1 и a_{-1} извесног хармонијског пресликавања диска и повлачи жељени резултат, овде доказ почива на уопштењу једне идеје из рада Фина и Осермана.

Наиме, посматра се фамилија Шеркових површи $S^\circ : \zeta = f(u,v)$ над бицентричним четвороуглом који садржи тачку $\xi = (0,0,0)$ над центром јединичног диска, задовољава $D_{u,v}f^\circ(0,0) = 0$ и има нормалу $n_\xi^\circ = -\frac{1}{1+|w|^2}(2\Im w, 2\Re w, -1+|w|^2)$. Према ранијем резултату коаутора (а који је уврштен у рад), важи поредбени принцип - Уколико је $S = \zeta(u,v)$ минимална позврш над јединичним диском која садржи ξ, и важи $D_{u,v}f(0,0) = 0$ и има нормалу $n_\xi = n_\xi^\circ$, тада је

$$|\mathcal{K}_S(\xi)| < |\mathcal{K}_{S^\circ}(\xi)|.$$

Овим је проблем сведен на одређивање максимума апсолутне вредности Гаусове кривине оваквих површи. Посматрана је одговарајућа двопараметарска фамилија која садржи све ове површи Шерковог типа и добијен је израз за Гаусову кривину, који зависи од посматраних параметара као и нуле једног хармонијског пресликавања која зависи од истих. Коначно, једна врло прецизна верзија принципа аргумента за ова хармонијска пресликавања која локализује нулу даје оцену којој се доказује да је

$$|\mathcal{K}_{S^\circ}(\xi)| < \frac{\pi^2}{2}$$

за површи Шерковог типа.

2.4 Учешћа на пројектима

- Пројекат ОН174017 *Простори функција и оператори на њима* Министарства просвете, науке и технолошког развоја републике Србије, 2014 – .

3 Педагошки рад кандидата

3.1 Рад у настави

Од јануара 2014. до јануара 2016. године, ради као сарадник у настави, од јануара 2016. до децембра 2019. године као асистент, а од децембра 2019. године ради као доцент на Математичком факултету у Београду. У том периоду је држао је вежбе из предмета:

- Анализа 1а, 1б, 2а, 2б за студенте модула Математика
- Одабрана поглавља реалне анализе, Одабрана поглавља функционалне анализе, Геометријска теорија функција
- Математика 1, 2, 3 и 4 за студенте физике

и предавања из предмета

- Анализа 2 за студенте модула Математика
- Анализа 3а, Анализа 3б, Функционална анализа, Теорија мере и интеграције, Одабрана поглавља анализе
- Математика 1, 2, 3, 4 за студенте физике

Осим наведених курсева одржаних на Математичком и Физичком факултету, држао је и курсеве Анализе са алгебром за први и други разред Математичке Гимназије током 2024./2025. и 2025./2026. школске године.

У овом периоду Петар Мелентијевић је своје обавезе извршавао је благовремено, са изузетним ентузијазмом показавши жељу да пренесе знање и усади вољу за усавршавањем код својих студената. Просечна оцена студената са студентских анкета за претходни период је 4.12.

3.2 Рад са мастер и докторским студентима

- ментор мастер рада Данила Тошовића, 2020-21.
- ментор мастер рада Милице Петровић, 2023-24.
- ментор докторских студија Владана Јагузовића, од 2023.
- ментор мастер радова (у изради) Биљане Костић и Марије Терзић, од 2024.
- члан у комисијама за мастер рад Александре Андрић, 2023. и докторске дисертација Михаила Крстића, 2026.

3.3 Универзитетски уџбеник

- *Збирка задатака из Анализе 2,* са коаутором др Миланом Лазаревићем, ISBN: 978-86-7589-209-0, Математички факултет у Београду, 2026.

4 Закључак и предлог комисије

Др Петар Мелентијевић испуњава све научне и стручне критеријуме за избор у звање ванредног професора. Од првог избора у звање доцента има објављених једанаест научних радова у часописима са СЦИ листе, међу којима су Duke Mathematical Journal, Mathematische Annalen, Proceedings of London Mathematical Society, Advances in Mathematics. Своје резултате др Петар Мелентијевић излагао је више пута на научним скуповима и семинарима.

Изабран је у звање доцента на Математичком факултету децембра 2019, а реизабран јуна 2024. године. Као наставник показао је вољу и дар за педагошки рад. Аутор је уџбеника *Збирка задатака за Анализе 2*, у издању Математичког факултета. Учествовао је у комисијама за одбрану мастер и докторских радова, био је ментор два одбрањена мастер рада.

Стога са задовољством предлажемо Изборном већу Математичког факултета и одговарајућим телима Универзитета у Београду да изаберу др Петра Мелентијевића у звање ванредног професора за научну област Математичка анализа (РФА).

У Београду,
11. маја 2026. године

Чланови комисије:

др Милош Арсеновић, редовни професор

Данко Јоцић

др Данко Јоцић, редовни професор у пензији

Оливера Михић

др Оливера Михић, редовни професор (ФОН)