

Изборном већу  
Математичког факултета  
Универзитета у Београду

Одлуком Изборног већа Математичког факултета у Београду, донетој на седници одржаној 22.11.2024. године, именовани смо у комисију за писање извештаја о кандидата који учествују на конкурсу за избор једног редовног професора за научну област Геометрија.

У законском року на конкурс који је расписан и објављен у листу „Послови”, 11. 12. 2024. године, пријавио се само један кандидат, др Мирослава Антић. Комисија, па основу приложених документације, подноси Изборном већу Математичког факултета следећи

## ИЗВЕШТАЈ

### Биографија кандидата

Адреса	Математички факултет, Универзитет у Београду, Студентски трг 16, пп. 550, 11000 Београд, Србија
телефон	+ 381 11 2027801
E-mail	miroslava.antic@matf.bg.ac.rs
Факс	+ 381 11 2630 151
Рођена	6. 6. 1978. у Београду
MathSciNet id	792882
SCOPUS id	14055475900
ORCID id	0000-0002-2111-7174
WoSId	AAJ-4839-2020

### Образовање

2005 – 2009	Докторске студије на одсеку Геометрија, Математички факултет, Универзитет у Београду, од 2007, заједничке докторске студије са Универзитетом <i>Valenciennes</i> , Француска
2001 – 2005	Постдипломске студије на одсеку Геометрија, Математички факултет, Универзитет у Београду
1997 – 2001	Основне студије, Математички факултет, Универзитет у Београду, Теоријска математика, дипломирала као студент генерације, просек 9,93
1993 – 1997	Математичка гимназија, Београд

### Магистарска теза

2005	Тотално реалне подмногострукости сфере $S^6$ , Математички факултет, Универзитет у Београду, ужа научна област Геометрија
------	--

### Докторска дисертација

2009	CR подмногострукости шестодимензионе сфере, Математички факултет, Универзитет у Београду, ужа научна област Геометрија
------	---



6. Bojana Pavlović, Инерција у односу на елипсу, 26. 9. 2019.
7. Nataša Đobićević, Ротационе хиперповрши вишедимензионих сфера, 27. 8. 2019.
8. Milan Pavlović, Класична афинска диференцијална геометрија афиних Елашкеових хиперповрши, 29. 9. 2018.
9. Đorđe Kočić, Хопфове хиперповрши близу Келерове сфере  $S^6$ , 27. 9. 2018.
10. Dimitrije Špadić, Асимптотске координате на псевдосферичним површима и њихова примена у конструкцији нових примера површи, 21. 9. 2016.
11. David Petrović, Криве константне геодезијске кривине Псеникарсове горње полуравни, 23. 5. 2016.
12. Nataša Đurđević, Клајнов модел хиперболичке геометрије равни, 23. 9. 2014.
13. Snežana Milosavljević, Неопходност услова комутативности и асоцијативности код Дезаргових и Папосових равни, 15. 5. 2014.
14. Diana Pavlović, Инваријанте у Галилејевој геометрији равни, 5. 7. 2013.
15. Mima Stojnić, Тригонометрија хиперболичке равни, 14. 6. 2013.

**Ментор на докторским студијама**  
 Ђорђе Кочић, 2018– 3 заједничка рада (2 на SCI листи), 2 самостална (1 на SCI листи), један заједнички у припреми за славље  
 Наташа Ђурђевић, 2014– исписана 2022. 2 заједничка рада на SCI листи и један самосталан на SCI листи

#### Учешће на пројектима

- Домаћи**  
 -бр. 174012 Министарства науке и просвете Републике Србије, (2010 - 2019)  
 -бр. 144032 Министарства науке Републике Србије, (2006 - 2010)  
 -бр. 1646 Министарства науке Републике Србије, (2002 - 2006)
- Међународни**  
 -бр. 07945VC EGIDE програма "Павле Савић" Министарства спољних послова Р. Француске и Министарства науке Р. Србије, (2004 - 2005)  
 - *Multimedia Technology for Mathematics and Computer Science Education* програма DAAD-Sonderprogramm Akademischer Neuaufbau Südost-europa, (2003 - 2007)

#### Учешће на конференцијама

- Конференције саопштењем**  
 6.11.-8.11.2023. После првог избора у звање ванредног професора International Workshop on Geometry of Submanifolds, Истанбул, позвано предавање, *Locally strongly convex affine hypersurfaces that are generalized Calabi products,* (M32)
- 22.9.-24.9.2023. The International Conference Riemannian Geometry and Applications – RIGA 2023, Bucharest, оплаји, *A class of conformally flat affine hypersurfaces,* (M34)
- 26.1.-28.2. 2023. Други сусрет математичара Србије и Црне Горе, Београд, плenарно предавање, *Locally strongly convex affine hypersurfaces that admit generalized Calabi decomposition ,*(M62)
- 5.12.-7.12. 2022. International Conference on Applied Mathematics, Informatics, and Computing Sciences. AMICS, Shanghai, Кина, оплаји, позвано предавање, *A Special Construction of Lagrangian Submanifolds in A Flat Complex Space,*(M32)

- 29.8.-1.9. 2022. 11th International Euroasian conference on mathematical sciences and applications. IECMSA, Istanbul, onlajn, *Warped product Lagrangian submanifolds of  $C^n$* , (M34)
- 21.1.-23. 1. 2022. International Symposium on Applied Mathematics and Engineering, Istanbul, onlajn, *Warped product Lagrangian submanifolds in complex space*, (M34)
- 1.11.-4. 11. 2021. Классическая и современная геометрия, Москва, онлајн, плenарно предавање, *A type of affine hypersurfaces with constant sectional curvature*, (M32)
- 28.10.- 31. 10. 2021. Студентска конференција Савремена математика и примене - AfterMath, Палић Геометрија афиних хиперповрши
- 12.-13. 7. 2021. 18<sup>th</sup> International Geometry Symposium, Malatya, Turska, онлајн, *Warped product, minimal, conformally flat Lagrangian submanifolds in complex space forms*, (M34)
- 15.1-17.1.2021. International Conference Riemannian Geometry and Applications RIGA, Bucharest, онлајн, *A class of affine hypersurfaces with constant sectional curvature*, (M34)
- 29.10-31.10.2020. International Conference on Applied Mathematics and Numerical Methods - third edition, Craiova, онлајн, *Three-dimensional CR submanifolds of the nearly Kähler sphere  $S^6(1)$  that admit foliation by  $S^2(1)$* , (M34)
- 27.10-30.10.2020. 4th International Conference on Mathematics, Istanbul, онлајн, *Three-dimensional CR submanifolds of the nearly Kähler sphere  $S^6(1)$  that admit foliation by  $S^2(1)$* , (M34)
- 16.5-19.5.2018. 14. српски математички конгрес, Крагујевац, *A class of four dimensional CR submanifolds of the nearly Kähler six sphere*, (M34)
- 21.8-25.8.2017. Pure and Applied Differential Geometry (PADGE), Leuven, Belgium, *Four dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$  with two dimensional nullity distribution*, (M34)
- Пре првог избора у зваље ванредног професора
- 25.5- 28.5.2014. XVIII Geometrical Seminar (GS), Врњачка Бања, *Three-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$  contained in a hyperplane*, (M34)
- 3.9-8.9.2012. XVII GS, Златибор, *Affine hypersurfaces with warped product structure*, (M34)
- 27.8-30.8.2012. Pure and Applied Differential Geometry (PADGE), Leuven, Belgium, *Affine hypersurfaces with warped product structure*, (M34)
- 20.9-25.9.2010. XVI GS, Врњачка Бања, *4-dimensional minimal submanifolds of the sphere  $S^6$  that are not linearly full*, (M34)
- 28.8-2.9.2008. 12. српски математички конгрес, Нови Сад, *Sequences of minimal surfaces in  $S^{2n+1}$* , (M64)
- 3.7-7.7.2007. Symposium on the differential geometry of submanifolds, Valenciennes. Француска, *CR submanifolds of the 6-dimensional sphere and Chen's equality*, (M33), pp. 17-24, ISBN: 978-1-8479-9016-7, lulu.com/content/1156986, 2007.
- 21.9- 24.9.2006. Workshop Multimedia Technology for Mathematics and Computer Science Education, Београд, *Online Collection of Problems in Constructive Geometry*, (M34)
- 29.8-2.9.2005. Differential Geometry and Physics, Будимпешта, *4 dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6$* , (M34)
- 26.6-2.7.2005. Contemporary Geometry and Related Topics, Београд, *4 dimensional minimal CR submanifolds of the 6-sphere satisfying Chen's equality*, (M34)
- 28.9-3.10.2004. XI Конгрес математичара Србије и Црне Горе, Петровац на мору, *Totalno realne 3-dimenzionalne podmnogostrukosti sfere  $S^6$* , (M64)
- 2.10-5.10.2003. XIV ГС, Зрењанин, *On totally real 3-dimensional submanifolds of the nearly Kaehler 6-sphere*, (M64)

Конференције са постериом 5.9-8.9.2007.	XVI International Workshop on Geometry and Physics, Lisbon, <i>3-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere <math>S^6</math> contained in a hyperplane.</i> , (M134)
Конференције без саопштења 19.6.-22.6.2024.	15. Српски математички конгрес, Београд
26.5.-31.5.2024.	XXII Geometrical Seminar, Врњачка Бања
26.6.-2.7.2022.	XXI Geometrical Seminar, Београд
20.5.-24.5.2018.	XX Geometrical Seminar, Врњачка Бања
28.8.-4.9.2016.	XIX Geometrical Seminar, Златибор
22.5.-25.5.2014.	XIII Serbian Mathematical Congress, Врњачка Бања
8.9.-10.9.2008.	Global Analysis on Manifolds, Рим
20.9.-22.9.2007.	Workshop on Geometry and Visualization, Београд
10.4.-14.4.2006.	Multimedia Technology for Mathematics and Computer Science Education, Берлин, Немачка
10.11.-12.11.2005.	Meeting on Multimedia Technology for Mathematics and Computer Science Education, Београд
23.6.- 28.6.2003	Theory of Submanifolds, Valenciennes and Leuven
18.10.-20.10.2002.	13 <sup>th</sup> Yugoslav Geometrical Seminar, Крагујевац
15.5.-21.5.2002.	Contemporary Geometry and Related Topics, Београд
14.12.-13.12.2001.	Vive Math (Visualization and Verbalization of Mathematics and Interdisciplinary Aspects), Ниш

### Публикације

- Књиге и поглавља
- Диференцијална геометрија многострукости, универзитетски уџбеник, Математички факултет, Београд 2015, ИСБН 978-86-7589-102-4, објављен у периоду од избора у наставничко звање
  - The nearly Kähler 6-sphere and its CR submanifolds*, са Л. Вранкеном, стр. 57-90, поглавље у монографији *Geometry of Cauchy-Riemann Submanifolds*, edit. S. Dragomir, M. Shahid, F. Al-Solami, Springer 2016. doi: 10.1007/978-981-10-0916-7\_3. ISBN 978-981-10-0915-0, e-book ISBN 978-981-10-0916-7. (M13)
  - Differential geometry of submanifolds*, са J. Van der Vekenом и Л. Вранкеном, завршиле припреме пред штампање, De Gruyter

Научни радови објављени или прихваћени за штампу Укупно 25 радова, од тога 21 рад на SCI листи, 8 самосталних, 4 рада M21a, 6 радова M21, 6 радова M22, 5 радова M23. Број хетероцитата 159, h-индекс 11 (извор SCOPUS).

Од последњег избора у звање 6 радова на SCI листи.

У последњих 10 година (услов за менторство докт. дисертације) 16 радова на SCI листи.

1. F. Vuković, —, *Visualization of Isometric Deformations of Helicoidal CMC Surfaces*, Axioms, 2024, 13(7), art. 457, doi: 10.3390/axioms13070457, (M21, IF(2023) 1.9)
2. Dj. Kocić, —, *The Shape Operator of Real Hypersurfaces in  $S^6(1)$* , Mathematics, 2024, 12(11), art. 1668, doi: org/10.3390/math12111668, (M21a, IF(2023) 2.3)
3. —, Dj. Kocić, *Non-existence of real hypersurfaces with parallel structure Jacobi operator in  $S^6(1)$* , Mathematics, 2022, 10(13), art. 2271, doi: 10.3390/math10132271, (M21a, IF(2022) 2.4)
4. —, *Characterization of warped product Lagrangian submanifolds in  $C^n$* , Results in Mathematics, 2022, 77, art. 106, doi: 10.1007/s00025-022-01621-8, (M21a, IF(2022) 2.2)
5. —, L. Vrancken, *Conformally flat, minimal, Lagrangian submanifolds in complex space forms*, Science China Mathematics, 2022, 65, 1641–1660, doi: 10.1007/s11425-021-1897-0, (M21, IF(2022) 1.4)
6. —, Z. Hu, M. Moruz, L. Vrancken, *Surfaces of the nearly Kähler  $S^3 \times S^3$  preserved by the almost product structure*, Mathematische Nachrichten, 2021, 294(12), 2286-2301, doi: 10.1002/mana.201900376, (M22, IF(2021) 1.199)
7. —, H. Li, L. Vrancken, X. Wang, *Affine hypersurfaces with constant sectional curvature*, Pacific Journal of Mathematics, 2021, 310(2), pp. 275–302, doi: 10.2140/pjm.2021.310.275, (M23, IF(2021) 0.648)
8. —, M. Moruz, J. Van der Veken, *H-Umbilical Lagrangian Submanifolds of the Nearly Kähler  $S^3 \times S^3$* , Mathematics, 2020, 8, article 1427, pp. 1–8, doi:10.3390/math8091427 (M21a, IF(2020) 2.258)
9. —, N. Djurdjević, M. Moruz, L. Vrancken, *Three-dimensional CR submanifolds of the nearly Kähler  $S^3 \times S^3$* , Annali di Matematica Pura ed Applicata, 2019, 198, no. 1, pp 227–242, doi: 10.1007/s10231-018-0770-8, (M22, IF(2019) 0.959)
10. —, *A class of four dimensional CR submanifolds in six dimensional nearly Kähler manifolds*, Mathematica Slovaca, 2018, 68, No. 5, pp. 1129–1140, doi: 10.1515/ms-2017-0175, (M23, IF(2018) 0.490)
11. —, N. Djurdjević, M. Moruz, *CR submanifolds of the nearly Kähler  $S^3 \times S^3$  characterised by properties of the almost product structure*, Mediterranean Journal of Mathematics, 2018, Vol. 15, article 111, pp. 1–28, doi: 10.1007/s00009-018-1152-6, (M21, IF(2018) 1.181)
12. —, *A class of slant surfaces of the nearly Kähler  $S^3 \times S^3$* , Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 2018, Vol. 47 (2), pp. 251–260, doi: 10.15672/HJMS.2017.530, (M23, IF(2018) 0.605)
13. —, *Four-dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$  with two-dimensional nullity distribution*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2017, Vol. 445, pp. 1–12, doi: 10.1016/j.jmaa.2016.07.072, (M21, IF(2017) 1.138)

14. ——, *A class of four dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$* , Journal of Geometry and Physics, 2016, Vol. 110, pp. 78–89, doi: 10.1016/j.geomphys.2016.07.014, (M22, IF(2016) 0.819)
15. ——, Z. Hu, C. Li, L. Vrancken, *Characterization of the generalized Calabi composition of affine hyperspheres*, Acta Mathematica Sinica, English Series, 2015, Vol. 31, Issue 10, pp. 1531–1554, doi: 10.1007/s10114-015-4431-1, (M23, IF(2015) 0.386)
16. ——, L. Vrancken, *3-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6$  contained in a hyperplane*, Mediterranean Journal of Mathematics, 2015, Vol. 12, Issue 4, pp. 1429–1449, doi: 10.1007/s00009-015-0530-6, (M22, IF(2015) 0.599)
17. ——, F. Dillen, K. Schoels, L. Vrancken, *Decomposable affine hypersurfaces*, Kyushu Journal of Mathematics, 2014, Vol. 68, pp. 93–103, doi: 10.2206/kyushujm.68.93, (M23, IF(2014) 0.364)
18. ——, *4-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6$  contained in a totally geodesic sphere  $S^5$* , Journal of Geometry and Physics, 2010, Vol. 60, pp. 96–110, doi: 10.1016/j.geomphys.2009.09.005 (M21, IF(2010) 0.652)
19. ——, L. Vrancken, *Sequences of minimal surfaces in  $S^{2n+1}$* , Israel Journal of Mathematics, 2010, Vol. 179, pp. 493–508, doi: 10.1007/s11856-010-0091-0 (M21, IF(2010) 0.630)
20. ——, M. Djorić, L. Vrancken, *4-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6$  satisfying Chen's equality*, Differential Geometry and its Applications, 2007, Vol. 25, pp. 290–298, doi: 10.1016/j.difgeo.2006.11.007, (M22, IF(2007) 0.457)
21. ——, M. Djorić, L. Vrancken, *Characterization of totally geodesic totally real 3-dimensional submanifolds in the 6-sphere*, Acta Mathematica Sinica, English Series, Sep., 2006, Vol. 22, No. 5, pp. 1565–1582, doi: 10.1007/s10114-005-0798-8, (M22, IF(2006) 0.44)

остали

22. ——, Dj. Kocić, *Three-dimensional CR submanifolds in  $S^6(1)$  with umbilical direction normal to  $\mathcal{D}_3$* , International Electronic Journal of Geometry, 2021, Vol. 14(1), pp. 125–131, doi: 10.36890/IEJG.790910
23. ——, *Ruled three dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$* , Publications de l'Institut Mathématique, 2017, Vol. 101(115), pp. 25–35, doi: 10.2298/PIM1715025A, (M24)

24. ——, *The equidistant involution of the hyperbolic plane and two models of the Euclidian plane geometry*, Journal of Geometry, 2013, Vol. 104, Issue 2, pp. 201–212, doi: 10.1007/s00022-013-0161-7. (M24)
25. ——, J. Bolton, L. Vrancken, *Minimal surfaces with reflectionally symmetric sequences*, Bulletin of the Transilvania University of Brasov. III-2008. Vol. 15(50), 1-4 Series Mathematics. Informatics. Physics, pp. 15-24

**Остали професионални ангажмани**

Уређивачки одбори

-Члан гостујућег уређивачког одбора у специјалним издањима Publications de l'Institut Mathematique 94 (108) из 2013. и 103(117) из 2018. године, који су објављени као зборници радова конференција 17th и 19th Geometrical Seminar

-Члан локалне редакције ZentralblattMath и Mathematics Education од 2014.

-Члан одбора рецензената часописа Axioms

-Сарадник у Mathematical Reviews.

Рецензије за научне часописе

-Часописи са SCI листе: Advances in geometry, Axioms, Demonstratio Mathematica, Entropy, Filomat, Fractal and Fractional, Geometria Dedicata, International Journal of Mathematics, Journal of Geometry and Physics, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Kuwait Journal of Science, Mathematics, Results in Mathematics, Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales, Symmetry

-Остали часописи: Algorithms, Analele tiintifice ale Universitatii „ALEXANDRU IOAN CUZA din Iasi Matematica, Geometry MDPI, Journal of Applied Analysis, Kyungpook Mathematical Journal, Математички вестник, Novi Sad Journal of Mathematics, Publications de l'Institut Mathematique, Tamkang Journal of Mathematics, Teaching of Mathematics, TWMS Journal of Pure and Applied Mathematics

-Ивана Димитријевић, Зоран Ракић, Геометрија кривих и површи, Математички факултет, Београд, 2024.

-Емилија Нешовић, Увод у геометрију, ПМФ, Универзитет у Крагујевцу, 2020.

-Тијана Ђуколовић, Срђан Вукмировић, Геометрија за информатичаре, Математички факултет, Београд, 2015.

-Емилија Нешовић, Ана Хипић-Галић, Збирка задатака из диференцијалне геометрије кривих у еуклидском простору, ПМФ, Универзитет у Крагујевцу, 2010.

Рецензије универзитетских учебника

Учешће у организацији конференција	Организациони одбор: Contemporary Geometry and Related Topics, Београд 2002. и 2005; Multimedia Technology for Mathematics and Computer Science Education, Београд 2005. и 2006; Workshop on Geometry and Visualization, Београд 2007; Geometrical Seminar 17th (Златибор 2012); GS 18th (Врњачка Бања 2014); GS 19th (Златибор 2016), 11th International Euroasian Conference on Mathematical Sciences and Applications (Истанбул 2022). Програмски одбор: -20th Geometrical Seminar, 2018, Врњачка Бања -Classical and Modern Geometry, 1.11.- 4.11. 2021, Москва -21th Geometrical Seminar, 26.6.-2.7. 2022, Београд -19th International Geometry Symposium, 27.6.-30.6.2022, Једрене, Турска -22. Geometrical Seminar, 26.5.-31.5.2024, Врњачка Бања -15. Српски математички конгрес, 19.6.-22.6.2024, Београд Научни одбор: -Marmara Geometry Days, 6.5.-7.5.2024. Истанбул, Турска
Чланство у професионалним асоцијацијама	Члан у American mathematical society Члан Друштва математичара Србије
Члан органа управљања или комисија	-Члан Савета Математичког факултета, 2010-2014. -Члан Комисије за подобиност мастер тема Математичког факултета 2016-2022. -Члан Комисије за припрему пријемног испита 2024- -Члан Издавачког одбора Математичког факултета 2024-
Награде	
за науку	-Награда Задужбине Веселин Лучић за најбоље научно остварење наставника и сарадника Универзитета у Београду у 2017. години
за наставу	-Професор године по одлуци Студентског парламента Математичког факултета, 2010. године
за студирање	-Награда Амбасаде Краљевине Норвешке за успехе у студирању, 1999. године -Награда Владе Републике Србије за успехе у студирању, 2001. године -Награда Београдског Универзитета за студента генерације Математичког факултета, 2001. године
Члан семинара	- Геометрија, визуелизација и образовање с применама па Математичком институту САНУ/ Математичком факултету -Секретар семинара у периоду 2010-2012. -Руководилац семинара у периоду октобар 2023-октобар 2024.
Сарадња са другим високошколским и научним установама	
Студијски боравци	-Lomonosov Moscow State University, Русија, 21.4-5.5.2018. -Zhengzhou University, Кина, 3.5-10.5.2017. -Tsinghua University, Пекинг, Кина, 10.5-20.5.2017. -l'Universite Polytechnique des Hauts-de-France (ex. University of Valenciennes), Француска, 19.8-26.8.2019, 19.8-2.9.2018, 26.8-3.9.2017, 9.6-19.6.2016, 15.5-24.5.2015, 11.4-18.4.2014, 21.8-30.8.2013, 20.8-27.8.2012, 10.6-22.6.2011, 26.1-6.2.2010, 22.5-2.6.2009, 21.4-6.5.2008, 1.7-10.7.2007, 19.7-28.7.2005, 22.6-1.7.2004, 24.6-4.7.2003.

Ангажовање на другим универзитетима

-Члан више комисија за избор у звања, приступна предавања и две комисије за рецензију уџбеника/збирке па Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу

-Члан комисије за оцену и одбрану доктората Јелене Ђорђевић па Природно-математичком факултету Универзитета у Крагујевцу

-Члан више комисија за избор у научна звања па Математичком институту САНУ

-Звање гостујућег професора па l'Universite de Valenciennes, 19.8.-2.9.2018 (и у 2020. ипреализовано због пандемије)

Предавања на другим универзитетима по позиву

-I' Universite Polytechnique des Hauts-de-France, Француска, 27. 8. 2018.

*A class of four dimensional CR submanifolds of the nearly Kahler six sphere*

-Tsinghua University, Пекинг, 11. 5. 2017. *Four dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$  with two dimensional nullity distribution*

-Zhengzhou University, Кина, 4. 5. 2017. *Four dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$  with two dimensional nullity distribution*

на семинарима у иностранству

-Seminar Geometry, KU Leuven, Белгија, 18. 4. 2014. *Three-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6$  contained in a hyperplane*

-Семинар Дифференцијална геометрија и приложења, МГУ Ломоносов, Русија, 23. 4. 2018. *A class of four dimensional CR submanifolds of the nearly Kahler six sphere*

-Seminar Informal de Noutăți Geometrice, Universitatea "Alexandru Ioan Cuza". Јаши, Румунија, онлајн, 20. 11. 2020. *Affine hypersurfaces with constant sectional curvature*

## Прикази радова

Део истраживања Мирославе Антић посвећен је изучавању подмногострукости скоро хермитских многострукости  $(\tilde{M}, \tilde{g}, J)$ . Две најприродније класе за посматрање су скоро комплексне подмногострукости  $M$  за које скоро комплексна структура  $J$  пресликава тангентији простор подмногострукости у тангентији простор подмногострукости (тј.  $JTM \subset TM$ ) и тотално реалне подмногострукости за које  $J$  пресликава тангентији простор подмногострукости у нормалан простор (тј.  $JTM \subset T^\perp M$ ). Специјално, уколико се димензија и кодимензија тотално реалне дистрибуције поклапају, подмногострукост је Лагранжева. Подмногострукост  $M$  скоро хермитске многострукости се назива CR подмногострукост уколико на  $M$  постоји диференцијабилна скоро комплексна дистрибуција  $\mathcal{D}_1$  (тј.  $J\mathcal{D}_1 = \mathcal{D}_1$ ) таква да је њен ортогонални комплемент  $\mathcal{D}_1^\perp \subset TM$  тотално реална дистрибуција (тј.  $J\mathcal{D}_1^\perp \subset TM^\perp$ ).

Један посебан део истраживања односи се на шесто-димензионе близу Келерове многострукости. Близу Келерова многострукост је једна од шеснаест скоро хермитских многострукости, са особином да је коваријантни извод њене скоро комплексне структуре  $J$  косо-симетричан, односно за тензор  $G(X, Y) = (\nabla_X J)Y$  важи  $G(X, Y) = G(Y, X)$ , где су  $X$  и  $Y$  произвољна тангентија векторска поља. Случај шестодимензионих близу Келерових многострукости је специјално интересантан: најмања димензија за коју стриктне близу Келерове многострукости постоје (оне које нису уједно и Келерове) је шест, произвољна близу Келерова многострукост се може разложити као производ

шесто-димензионих. Познато је да су једине хомогене, комплетне, стриктно близу Келерове шесто-димензионе многострукости: јединачна сфера  $S^6$ , производ једиличних сфера  $S^3 \times S^3$ , комплексан пројективни простор  $CP^3$  и застава многострукост  $F_{1,2}(C^3)$ , при чему последње три нису спадале са стандардном метриком.

- У магистарском раду "Тотално реалис подмногострукости сфере  $S^6$ " изучавају се особине Лагранжових подмногострукости сфере, односно тродимензионе подмногострукости чије се тангентно раслојење скоро комплексном структуром сфере слика у нормално раслојење.

Главни резултат је следећа теорема.

Теорема. Нека је  $M^3$  тродимензиона, компактна, тотално реална подмногострукост сфере  $S^6(1)$ . Тада за Ричијеве кривине  $ric$  важи  $ric(v) \geq \frac{3}{4}$  ако и само ако је  $M$  тотално геодезијска.

Кандидат је проблематику у магистарском раду изложио врло јасно и прецизно. При томе овај рад представља и изванредан приказ оригиналних резултата које је кандидат добио у области диференцијалне геометрије (подмногострукости) и свих појмова и познатих резултата, које је аутор користио у добијању оригиналних резултата. Тако је кандидат успео да представи комплексност и занимљивост проблематике, односно унутрашиње и спољашње геометрије подмногострукости, а која и даље представља предмет савременог истраживања.

- Докторска дисертација "CR подмногострукости шестодимензионе сфере" изучава тродимензионе и четврородимензионе CR подмногострукости. Показана је конструкција ортонормираних покретних база које одговарају геометријама подмногострукости на природан начин у обе димензије. У тродимензионом случају модификоване су теореме о постојању и јединствености имерсије у реалну просторну форму које одговарају CR случају коришћењем скоро контактне структуре која се добија од скоро комплексне структуре сфере. Изучавају се минималне тродимензионе подмногострукости које припадају и сферама мање димензије тотално геодезијски смештеној у  $S^6$  и добијен је следећи резултат

Теорема. Нека је  $M$  тродимензиона, минимална, CR подмногострукост сфере  $S^6$  која припада и сферама  $S^5$  тотално геодезијски смештеној у  $S^6$ . Тада је  $M$  локално изометрична преко једне  $G_2$  изометрије са једном од следећих имерсија

1. са имерсијом

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, x_3) = & (\cos x_1 \cos x_2 \cos x_3, \sin x_1 \cos x_2 \cos x_3, \sin x_2 \cos 2x_3, \\ & \cos x_1 \cos x_2 \sin x_3, 0, -\sin x_2 \sin 2x_3, -\sin x_1 \cos x_2 \sin x_3); \end{aligned}$$

2. са имерсијом

$$\begin{aligned} F_1(t, u, v) = & (\cos t \cos u \cos v, \sin t, \cos t \sin u \cos v, \cos t \cos u \sin v, 0, \\ & -\cos t \sin u \sin v, 0); \end{aligned}$$

и тада задовољава Чепову једнакост

3. са једном од имерсија  $F_{\alpha\beta\gamma} : U_{\alpha\beta\gamma} \rightarrow S^6$  из фамилије која је детаљно описана у раду.

Испитане су и минималне четвородимензионе CR подмногострукости сфере и доказана је следећа теорема

Теорема. Минимална четвородимензиони подмногострукост  $M$  која задовољава Чепову једнакост локално је конгруентна са имерсијом

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) = & (\cos x_4 \cos x_1 \cos x_2 \cos x_3, \sin x_4 \sin x_1 \cos x_2 \cos x_3, \\ & \sin 2x_4 \sin x_3 \cos x_2 + \cos 2x_4 \sin x_2, 0, \sin x_4 \cos x_1 \cos x_2 \cos x_3, \\ & \cos x_4 \sin x_1 \cos x_2 \cos x_3, \cos 2x_4 \sin x_3 \cos x_2 - \sin 2x_4 \sin x_2). \end{aligned} \quad (1)$$

Трећи део тезе је посвећен четвородимензионим, минималним, CR подмногострукостима које припадају и сферама мање димензије која је тотално геодезијски смештена у  $S^6$ , што значи да постоји хиперраван која пролази кроз средиште сфере  $S^6$  и садржи дату подмногострукост и показана је следећа теорема

Теорема. Нека је  $M$  четвородимензиона, минимална CR подмногострукост сфере  $S^6$  садржана у тотално геодезијској сferи  $S^5$ . Тада је  $M$  локално конгруентна једној од следећих имерсија:

1. имерсији (1) и задовољава Чепову једнакост,
2. имерсији

$$\begin{aligned} f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = & \frac{\sqrt{6}}{8} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} (3(\cos x_1 \cos x_2 + \cos x_3 \sin x_1) + \sqrt{2} \cos(\sqrt{3}x_4)), \right. \\ & (\sqrt{2} \cos(\sqrt{3}x_1) - \cos x_1 \cos x_2 - \cos x_3 \sin x_1), 2(\sin x_1 \sin x_3 - \cos x_1 \sin x_2), \\ & 0, \frac{1}{\sqrt{3}} (-3(\cos x_1 \sin x_2 + \sin x_1 \sin x_3) + \sqrt{2} \sin(\sqrt{3}x_4)), \\ & \left. (\cos x_1 \sin x_2 + \sin x_1 \sin x_3 + \sqrt{2} \sin(\sqrt{3}x_4)), 2(\cos x_3 \sin x_1 - \cos x_1 \cos x_2) \right). \end{aligned}$$

3. имерсији

$$\begin{aligned} f_3(y_1, y_2, y_3, y_4) = & \frac{1}{4} (((1 + \sqrt{2}) \cos y_2 + \cos y_3) \cos(y_1 - y_4) \\ & + (\cos y_2 + (1 - \sqrt{2}) \cos y_3) \cos(y_1 + y_4) \\ & + \sin y_2 \sin y_3 ((\sqrt{2} - 1) \sin(y_1 + y_4) - \sin(y_1 - y_4))), \\ & (((1 + \sqrt{2}) \cos y_3 - \cos y_2) \cos(y_1 - y_4) - ((\sqrt{2} - 1) \cos y_2 \\ & + \cos y_3) \cos(y_1 + y_4) \\ & + \sin y_2 \sin y_3 (\sin(y_1 + y_4) - (1 + \sqrt{2}) \sin(y_1 - y_4))), \\ & \sqrt{8\sqrt{2} - 8} ((1 + \sqrt{2})(\cos y_1 \cos y_3 \sin y_2 - \sin y_1 \sin y_3) \sin y_4 \\ & - \cos y_4 (\cos y_3 \sin y_1 \sin y_2 + \cos y_1 \sin y_3)), 0, \\ & ((\cos y_2 + (1 - \sqrt{2}) \cos y_3) \sin(y_1 + y_4)) \\ & - (\cos(y_1 - y_4) + (\sqrt{2} - 1) \cos(y_1 + y_4)) \sin y_2 \sin y_3 \\ & - ((1 + \sqrt{2}) \cos y_2 + \cos y_3) \sin(y_1 - y_4), \\ & (-((1 + \sqrt{2}) \cos(y_1 - y_4) + \cos(y_1 + y_4) \sin y_2 \sin y_3 \\ & + (\cos y_2 - (1 + \sqrt{2}) \cos y_3) \sin(y_1 - y_4) \\ & - ((\sqrt{2} - 1) \cos y_2 + \cos y_3) \sin(y_1 + y_4)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -4\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}(\cos y_4(\cos y_1 \cos y_3 \sin y_2 - \sin y_1 \sin y_3) \\ & + (\sqrt{2}-1)(\cos y_3 \sin y_1 \sin y_2 + \cos y_1 \sin y_3) \sin y_4)). \end{aligned}$$

Истраживања приказана у докторској дисертацији „CR подмногострукости шестодимензионе сфере“ представљају наставак актуелних истраживања у области теорије подмногострукости и ослањају се па савремене резултате. Др Мирослава Антић је у овом раду детаљно изучавала четвородимензионе CR подмногострукости шестодимензионе сфере које задовољавају Чепову једнакост као и тродимензионе и четвородимензионе CR подмногострукости сфере  $S^6$  које притом припадају и хиперравни која садржи координатни почетак, односно смештене су у тотално геодезијску сферу  $S^5$ , као и њихове особине.

Поред неколико важних теорема, наведених у приказу рада, које дају потпуну класификацију подмногострукости које задовољавају одређене услове, овом раду још већи значај придају паведене једначине, којима су задати и експлицитни примери оваквих многострукости, који представљају битан допринос изучавању CR подмногострукости шестодимензионе сфере. Иако је изучавање ових подмногострукости започето радовима Секигаве 1984. године, до сада објављени радови углавном пису били су егзистенцијалног карактера тако да су паведени примери CR подмногострукости шестодимензионе сфере врло драгоценни.

- Ф. Вукојевић и М. Антић у раду *Visualization of Isometric Deformations of Helicoidal CMC Surfaces*, Axioms, 2024, 13(7), art. 457 проучавају хеликоидне површи константне средње кривине.

Површи у еуклидском тродимензионом простору које задовољавају посебно лепа својства у погледу њихових унутрашњих или спољашњих закривљености одувек су биле од интереса. Површи са средњом константном кривином (CMC површи), тј.  $H = const$ , су природно уопштење минималних површи, за које је  $H = 0$ .

CMC површи имају широку примену у физици, хемији, инжењерству и архитектури. Такође, површи које су инваријантне за неку групу трансформација, као ротационе површи, па и њихова генерализација-хеликоидне површи, се такође могу применити у инжењерском пројектовању и компјутерској графици. Хеликоидне површи представљају природно уопштење ротационих површи и оне су, грубо говорећи, генерисане истовременим ротирањем и превођењем регуларних равни криве (која се зове профилна крива) око фиксне линије (која се зове оса) која лежи у датој равни, па такав начин да је брзина транслације пропорционална угаоној брзини ротације.

Хеликоидне површи константне средње кривине у потпуности су описали do Carmo и Dajczer у раду *do Carmo, M.P.: Dajczer, M. Helicoidal Surfaces with Constant Mean Curvature*, Tohoku Math. J. 1982, 34, 425-435. Међутим, добијене параметризације су дате у терминима компликованих интеграла, који често садрже углавном произвољне функције са неколико додатних услова (нпр. глаткост). Као последица тога, нема много визуализованих примера таквих површи. У овом раду, користећи методе из овог рада, Ф. Вукојевић и М. Антић су пружили занимљиве визуализације неколико оваквих површи, које су углавном изометријске деформације (тј. трансформације које чувају дужине линија) ротационих површи. Дали су и тумачења неких старијих резултата који укључују хеликоидне површи. Сви цртежи у овом раду израђени су користећи софтвер Wolfram Mathematica. Аутори су

иавели и линк за кодове које су написали и користили за визуализацију изометријских деформација хеликоидних порвши константне средње кривине.

- У раду *The Shape Operator of Real Hypersurfaces in  $S^6(1)$* , Mathematics, 2024, 12(11), art. 1668, Ђ. Коцић и М. Антић изучавају Лијев извод оператора облика хиперповрши близу Келерове сфере  $S^6(1)$ . Лијев извод, у односу на векторско поље, има много примена у физици, посебно у механици, хидродинамици, теорији релативности и космологији. Имајући то у виду, хиперповрши чији је оператор облика инваријантан или има бар неку правилност у свом попашању у односу на Лијев извод су од посебног интереса.

Циљ овог рада је да представи два резултата који се односе на реалне хиперповрши у шестодимензионој сфери  $S^6(1)$ . Наиме, аутори су доказали да реалне хиперповрши са Лијевим паралелним оператором облика мора бити потпуно геодезијска хиперсфера. Поред тога, аутори су дали класификацију реалних хиперповрши у близу Келеровој сфери  $S^6(1)$  чији се Лијев извод оператора облика поклапа са његовим коваријантним изводом.

Напоменимо да се већина познатих резултата бави овом врстом проблема посматрајући хиперповрши Келерових многострукости. У том случају, скоро комплексна структура је паралелна, што олакшава извођење рачуна. За хиперповрши близу Келерове сфере  $S^6(1)$ , коваријантни извод скоро комплексне структуре  $J$ , раније поменути тензор  $G$ , је кососиметричан, што у техничком смислу шамеће потребу да се проблему приступи на другачији начин, користећи одговарајући покретни репер дуж хиперповрши, који је добро прилагођен датој структури, да би се добила њена својства, која се потом анализирају.

- У раду *Non-existence of real hypersurfaces with parallel structure Jacobi operator in  $S^6(1)$* , Mathematics, 2022, 10(13), art. 2271.) М. Антић и Ђ. Коцић изучавају реалне хиперповрши  $S^6(1)$ .

Добро је познато да се на сфери  $S^6(1)$  може дефинисати скоро комплексна структура  $J$  која је и близу Келерова. Такође, ако је  $M$  хиперповрш скоро хермитске многоструктуре са једноличним нормалним векторским пољем  $N$ , онда се за тангенцијално векторско поље  $\xi = -JN$  каже да је карактеристично (или Рибово) векторско поље. Јакобијев оператор  $R(\cdot, X)X$ ,  $X \in TM$ , где је  $R$  тензор кривине на  $M$ , је па природан начин инспирисан познатом диференцијалином једначином Јакобијевих поља дуж геодезијских линија. Јакобијев оператор у односу на Рибово векторско поље  $\xi$  се назива структурним Јакобијевим оператором, тј.  $R(\cdot, \xi)\xi$ . Проучавање Риманових подмногоструктур у различитим амбијентним просторима помоћу њихових Јакобијевих оператора је било веома активно последњих година. Један од разлога за то је да услови добијени помоћу Јакобијевог оператора генеришу веће породице од аналогних услова датих помоћу Римановог тензора.

Конкретно, многи недавни резултати се баве питањима постојања хиперповрши са структурним Јакобијевим оператором који задовољава услове везане за његову паралелност. У овом раду аутори проучавају реалне хиперповрши близу Келерове сфере  $S^6(1)$  чији структурни Јакобијев оператор је паралелан. Наиме, аутори доказују да такве реалне хиперповрши не постоје.

- У раду *Characterization of warped product Lagrangian submanifolds in  $C^n$* , Results

in Mathematics, 2022, 77, art. 106, (M21a, IF(2022) 2.2) М. Антић проучава Лагранжеве подмногострукости суклидског комплексног простора.

Поступак конструисања Лагранжеве имерсије у комплексни пројективни простор, почевши од друге две Лагранжеве имерсије у комплексне пројективне просторе мањих димензија познат је као Калабијев производ, имајући у виду сличну конструкцију хиперсфера хиперболичког типа користећи друге две хиперболичке хиперсфере у афиној диференцијалијој геометрији. Такве Лагранжеве подмногострукости тада дозвољавају природно цепање тангентијог раслојења на два или три подраслојења и имају структуру искривљеног (енг. *warped*) производа. Изучава се и обрнуто питање карактеризације подмногострукости које допуштају такву декомпозицију тангентијог раслојења. Овај тип конструкције, уопштење, и карактеризација Лагранжевих подмногострукости у комплексном простору константне холоморфне секционе кривине  $c$  (комплексној просторији форми) које дозвољавају одговарајуће цепање тангентијог раслојења, у терминима друге фундаменталне форме  $h$ , су раније били предмет истраживања за случајеве  $c \neq 0$ .

У овом раду М. Антић проучава случај  $c = 0$  истражујући својства Лагранжевих имерсија у  $C^n$  са тангентним раслојењем које допушта горе поменуте декомпозиције. Специјалан случај је када Лагранжева подмногострукост  $M^n$  комплексног суклидског простора  $C^n$  допушта узајамно ортогоналне дистрибуције  $\mathcal{D}_0$ ,  $\mathcal{D}_1$  и  $\mathcal{D}_2$  димензија 1,  $n_1$  и  $n_2$ , при чemu је  $1 + n_1 + n_2 = n$ ,  $n_1 \geq 1$ ,  $n_2 \neq 1$  и за коју је  $K(T, T) = \alpha T$ ,  $K(X, Y) = 0$ ,  $K(T, X) = \beta_1 X$ ,  $K(T, Y) = \beta_2 Y$ , за тензорско поље  $K$  дефинисано са  $K = -Jh$ , јединично векторско поље које разапиње  $\mathcal{D}_0$ ,  $X \in \mathcal{D}_1$ ,  $Y \in \mathcal{D}_2$ , и  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  су узајамно различите, диференцијабилне функције. Подмногострукост која задовољава ове услове је подмногострукост Калабијевог типа. Уколико још дозвољава и структуру искривљеног производа  $I \times_{f_1} M_1 (\times_{f_2} M_2)$ , где су  $I$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  интегралне многострукости за  $\mathcal{D}_0$ ,  $\mathcal{D}_1$ ,  $\mathcal{D}_2$ , подмногострукост је Калабијев искривљени производ. М. Антић добија експлицитне изразе за имерсије када је Лагранжева подмногострукост од  $C^n$  локално Калабијев искривљени производ  $I \times_{f_1} M_1$  или  $I \times_{f_1} M_1 \times_{f_2} M_2$ .

- У раду *Conformally flat, minimal, Lagrangian submanifolds in complex space forms*. Science China Mathematics, 2022, 65, 1641–1660, (M21, IF(2022) 1.4) М. Антић и Ј. Враинен истражују  $n$ -димензионе ( $n \geq 4$ ) Лагранжеве подмногострукости комплексних многострукости константне холоморфне секционе кривине  $c$  (тзв. комплексних просторних форми).

У овом раду, аутори изучавају конформно равне (одговарајући Вејлов тензор је цула и тада је Шаутенов тензор Кодацијевог типа), минималне, Лагранжеве подмногострукости  $n$ -димензионих просторних форми изучавајући вишеструкост сопствених вредности Шаутеновог тензора и добијају класификацију у случају пајвише једне сопствене вредности вишеструкости један. Такође, комплетирају и проширују класификацију квази-умбиличних подмногострукости простора  $C^n$ , тј.  $c = 0$ , која у ранијим радовима није била потпуна и искључује примера је недостајало, а такође проучавају и неке случајеве за  $c \neq 0$ . Техника коју аутори користе у доказима главних теорема заснива се на принципу Цингхуа за тензор Кодацијевог типа. Заснована је на узимању цикличне пермутације коваријантног извода Кодацијеве једначине и изражавање тензора у прикладно одабраном реперу.

- У раду *Surfaces of the nearly Kähler  $S^3 \times S^3$  preserved by the almost product structure*. Mathematische Nachrichten, 2021, 294(12), 2286-2301, (M22, IF(2021) 1.199)

М. Антић, З. Ху, М. Моруз и Л. Врашке изучавају повши на близу Келеровој шестодимензионој многострукости  $S^3 \times S^3$ .

У случају близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$ , скоро комплексна структура  $J$  је дефинисана идентификацијом  $S^3$  са скупом јединичних кватерионова и користећи множење кватерионова. Такође,  $S^3 \times S^3$  допушта капонску скоро производ структуру  $P$ , различиту од стандардне, која на леп начин одговара комплексији структуре  $J$ . У том смислу је природно испитивати подмногострукости од  $S^3 \times S^3$  које се „лепо попашају” у односу на  $P$ . Специјално, у овом раду аутори изучавају дво-димензионе површи у  $S^3 \times S^3$  које су  $P$ -инваријантне ( $P(T_p M) \subset T_p M$ ,  $\forall p \in M$ ) и добијају њихову потпуну класификацију. Поред тога, изучавају и класификоване и искошене површи, тј. one за које је Келеров угао константан.

- У раду *Affine hypersurfaces with constant sectional curvature* Pacific Journal of Mathematics, 2021, 310(2), pp. 275–302, (M23. IF(2021) 0.648) аутори М. Антић, Х. Ли, Л. Врашке и Кс. Ванг користе нови приступ да наставе изучавање, започето пре тридесет година, афиних хиперповрши са константном секционом кривином. Главна техника коју користе је базирана на Цингхуа принципу који је први пут коришћен 2013. године. Идеја овог принципа је да помогне да се користе Кодацијеве и Ричијеве једначине па нови начин да би се добиле додатне релације које укључују сопствене вредности оператора облика и тензора разлике. Полазећи од ових релација аутори доказују да је строго конвексних хиперповрши у  $R^{n+1}$  са константном секционом кривином таква да су све сопствене вредности њеног оператора облика вишеструкости најмање два, тада је та афина хиперповрш умбилична и локално је или отворени део квадрике или је хиперповрш афино сквивалентна са  $x_1 x_2 \dots x_{n+1} = 0$ .

Аутори даље проучавају строго конвексне хиперповрши у  $R^{n+1}$  са константном секционом кривином чији оператор облика има тачно једну сопствену вредност вишеструкости један и показују да је она квази-умбилична (тј. оператор облика има тачно две различите сопствене вредности) и дају потпуну класификацију таквих хиперповрши.

- $H$ -умбиличност је 1997. године уведена као особина која је генерализација особине тоталне умбиличности за Лагранжове подмногострукости које нису тотално геодезијске, јер су у неким важним случајевима, тотално умбиличне Лагранжове подмногострукости аутоматски и тотално геодезијске. У раду  *$H$ -Umbilical Lagrangian Submanifolds of the Nearly Kähler  $S^3 \times S^3$* , Mathematics, 2020, 8, art. 1427, pp. 1–8. (M21a. IF(2020) 2.258) аутори М. Антић, М. Моруз и Ј. Ван дер Векен изучавају Лагранжове подмногострукости близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$ . Познато је да су Лагранжове подмногострукости близу Келерових многострукости димензије шест увек минималне и оријентабилне. Постоје примери  $H$ -умбиличних Лагранжевих подмногострукости и различите класификације у случају да је амбијентни простор Келерова многострукост. Међутим, уколико је амбијентни простор близу Келерова многострукост  $S^3 \times S^3$ , аутори у овом раду доказују да не постоје нови примери њених  $H$ -умбиличних подмногострукости, тј. да је  $H$ -умбиличка Лагранжова подмногострукост близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$  аутоматски и тотално геодезијска. Дакле, услов  $H$ -умбиличности подмногострукости, који је природан у случају Келерових многострукости, не доводи до нових примера у случају близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$ .

- У раду *Three-dimensional CR submanifolds of the nearly Kähler  $S^3 \times S^3$* , Annali di Matematica Pura ed Applicata, 2019, 198, no. 1, pp 227–242. (M22, IF(2019) 0.959) аутори М. Антић, Н. Ђурђевић, М. Моруз и Л. Вранкеи класификују тродимензионе CR подмногострукост близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$  за које су и скоро комплексна дистрибуција  $\mathcal{D}_1$  и тотално реална дистрибуција  $\mathcal{D}_1^\perp$  тотално геодезијске. Ово је врло природан услов с обзиром да тродимензиона CR подмногострукост близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$  није тотално геодезијска. Такође, аутори проучавају услове које тродимензиона CR подмногострукост близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$  треба да задовољава да би скоро комплексна дистрибуција  $\mathcal{D}_1$  била интеграбилна или тотално геодезијска.

- У раду *A class of four dimensional CR submanifolds in six dimensional nearly Kähler manifolds* Mathematica Slovaca, 2018, 68, No. 5, pp. 1129–1140, (M23, IF(2018) 0.490) аутор М. Антић изучава четврородимензионе CR подмногострукости оних шестодимензионих близу Келерових многострукости које нису Келерове. Предмет истраживања су CR подмногострукости које дозвољавају специјалан тип двоструко увијене продукт структуре (енг. *doubly-twisted*) и аутор издваја класу CR подмногострукости која садржи овај тип двоструко увијених подмногострукости.

Специјално, уколико је шестодимензиона близу Келерова многострукост управо шестодимензиона сфера  $S^6(1)$  и  $M$  четврородимензиона CR подмногострукост која допушта тродимензиону геодезијску дистрибуцију (тј. такву дистрибуцију да је друга основна форма, која одговара имерсији  $M$  у  $S^6(1)$  тривијалији), тада је ова дистрибуција такође тотално геодезијска у  $M$  и  $M$  је преносна (енг. *ruled*). Наме, у случају близу Келерове шестодимензионе сфере, аутор показује да се две фамилије њених четврородимензионих CR подмногострукости (оне које допуштају тродимензионе геодезијске дистрибуције и оне које које су преносне површи чије су генератрисе тотално геодезијске сфере  $S^3$ ) поклапају. Такође, извршена је и њихова класификација која, као подфамилију, садржи фамилију двоструко увијених CR подмногострукости.

- У раду *CR submanifolds of the nearly Kähler  $S^3 \times S^3$  characterised by properties of the almost product structure*, Mediterranean Journal of Mathematics, 2018, Vol. 15, art. 111, pp. 1–28. (M21, IF(2018) 1.181) аутори М. Антић, Н. Ђурђевић и М. Моруз изучавају одређене CR подмногострукости близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$ , узимајући у обзир дејство скоро продукт структуре  $P$  на дистрибуцију  $\mathcal{D}_1$ . На близу Келеровој многострукости  $S^3 \times S^3$  је 2015. године постоји скоро продукт структура  $P$ , која је различита од стандардне скоро продукт структуре и која задовољави неколико услова које је чине компатибилном са скоро комплексном структуром  $J$ , па има велику улогу у испитивању геометрије близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$  и њених подмногострукости. Овом приликом аутори дају карактеризације управо оних CR подмногострукости за које је  $P\mathcal{D}_1 = \mathcal{D}_1$  и класификацију  $P\mathcal{D}_1 \perp \mathcal{D}_1$ . Такође, аутори дају прве примере CR подмногострукости близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$  за које  $\mathcal{D}_1$  није интеграбилна дистрибуција.
- У раду *A class of slant surfaces of the nearly Kähler  $S^3 \times S^3$* , Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 2018, Vol. 47 (2), pp. 25–260. (M23, IF(2018) 0.605) М. Антић изучава искошене подмногострукости близу Келерове многострукости  $S^3 \times S^3$ . Искошене подмногострукости су, поред CR подмногострукости, најприроднија уопштења скоро комплексних и тотално реалних подмногострукости скоро

хермитских многострукасти. Подмногострукост  $M$  је искошена уколико је угао између вектора  $JX$  и тангентијог простора  $T_p M$ , за  $p \in M$  и  $X \in T_p M$ , константан, тј. не зависи од избора тачке  $p$  и вектора  $X$  и уколико пије у питању тривијалан случај скоро комплексне или тотално реалне подмногострукасти, искошена подмногострукост је права или својствена. Постоји само неколико познатих примера правих искошених подмногострукасти близу Келерових многострукасти. У случају шесто-димензионих амбијентних простора права искошена подмногострукост мора да буде дводимензиона, односно површ. У овом раду аутор изучава искошене површи многострукасти  $S^3 \times S^3$  које су орбите дводимензионе повезане Лијеве подгрупе близу Келерових изометрија и даје њихову потпуну класификацију. При том, доказује да такве имерсије морају бити равне и даје карактеризацију оних површи које су тотално геодезијске.

- У раду *Three-dimensional CR submanifolds in  $S^6(1)$  with umbilical direction normal to  $\mathcal{D}_3$* , International Electronic Journal of Geometry, 2021, Vol. 14(1), pp. 125–131, аутори М. Антић и Ђ. Коцић изучавају тродимензионе CR подмногострукости сфере  $S^6(1)$ . Овакве подмногострукости имају дводимензиону скоро комплексну дистрибуцију  $\mathcal{D}_1$  и тотално реалну једнодимензиону дистрибуцију  $\mathcal{D}_1^\perp$ . Ако означимо са  $\mathcal{D}_2 = \mathcal{D}_1^\perp \oplus J(\mathcal{D}_1^\perp)$  и са  $\mathcal{D}_3$  ортогонални комплемент од  $J(\mathcal{D}_1^\perp)$  у нормалном раслојењу, важи да су  $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$  и  $\mathcal{D}_3$  скоро комплексне дистрибуције такве да је  $\mathcal{D}_1 \oplus \mathcal{D}_2 \oplus \mathcal{D}_3 = TM \oplus TM^\perp$ . Познато је да не постоје тродимензионе тотално умбиличке CR подмногострукости. Аутори су истраживали слабији услов, бирајући специјалан умбилички правац, ортогоналан на дистрибуцију  $\mathcal{D}_3$  и показали да ни такве подмногострукости не постоје.
- У раду *Ruled three dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$* , Publications de l'Institut Mathématique, 2017, Vol. 101(115), pp. 25–35, (M24) М. Антић изучава тродимензионе CR подмногострукости близу Келерове сфере  $S^6(1)$  које нису ни скоро комплексне ни тотално реалне. У том случају је скоро комплексна дистрибуција тангентијог простора CR подмногострукости димензије два. Овом приликом се посматрају препоснє подмногострукости, наиме one које дозвољавају фолијацију са листовима који су тотално геодезијески смештени у амбијентни простор. Проучавајући препоснје, тродимензионе CR подмногострукости сфере  $S^6(1)$  чији су листови, специјално, тотално геодезијске сфере  $S^2(1)$ , аутор даје потпуну класификацију таквих подмногострукости, користећи сферне криве и векторска поља дуж тих кривих.
- У раду *"Four-dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$  with two-dimensional nullity distribution"*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2017, Vol. 445, pp. 1–12, (M21, IF(2017) 1.138) М. Антић изучава четвородимензионе CR подмногострукости близу Келерове сфере  $S^6(1)$  чија је нул дистрибуција максималне могуће димензије (два).

Наиме, како четвородимензионе CR подмногострукости близу Келерове сфере  $S^6(1)$  не могу бити тотално геодезијске подмногострукости, природно је посматрати подмногострукости са нул дистрибуцијом

$$\mathcal{D}(p) = \{X \in T_p M : h(X, Y) = 0, \forall Y \in T_p M\}$$

максималне могуће димензије. Овај проблем је већ изучаван у раду M. Djorić, L. Vrancken, *Three-dimensional CR submanifolds in the nearly Kähler 6-sphere with one*

dimensional nullity, International Journal of Mathematics, Vol. 20, No. 2 (2009) 189–208, за тродимензионе CR подмногострукости  $S^6(1)$  чија је цул дистрибуција максималне могуће димензије (један) и добијена је потпуна класификација користећи једну (две) криве сфере  $S^6(1)$ .

У овом раду аутор даје потпуну класификацију четвородимензионих CR подмногострукости са дводимензионом цул дистрибуцијом и даје њихову конструкију помоћу сферичне криве и векторског поља дуж те криве.

- Рад "A class of four dimensional CR submanifolds of the sphere  $S^6(1)$ ", Journal of Geometry and Physics, 2016, Vol. 110, pp. 78–89, (M22, IF(2016) 0.819) аутора М. Антић, посвећен је изучавању четвородимензионих CR подмногострукости  $M$  близу Келерове сфере  $S^6(1)$  које локално поседују увијепу (енг. *twisted*) производ структуре специјалног типа у односу на њихову CR структуру. Наиме, посматра се подмногострукост  $M$  која је локално изометрична увијепом производу  $N \times_{\lambda_2} I$ , где је  $N$  тродимензиона тотално реална подмногострукост сфере, а  $I$  интервал са једниничним тангентним векторским пољем  $T$  таквим да је  $JT$  тангентно на  $M$  и добија њихова класификација и експлицитна конструкија помоћу сферичне криве у зависности од тога да ли цул дистрибуција садржи или не тотално реални правец. Овакве конструкије дају велики допринос овој области јер сви конкретни примери (параметризације) CR подмногострукости близу Келерове сфере  $S^6(1)$  доприносе бољем разумевању геометрије ових подмногострукости и оправдавају њено изучавање.
- Аутори М. Антић, З. Ху, Х. Ли и Л. Врапкен у раду "Characterization of the generalized Calabi composition of affine hyperspheres", Acta Mathematica Sinica, English Series, 2015, Vol. 31, Issue 10, pp. 1531–1554, (M23, IF(2015) 0.386) доказују теорему о декомпозицији која омогућава да се испита да ли се дата локално строго конвексна афинска хиперповрш може разложити у облику уопштеног Калабијевог производа две афинске хиперсфере, користећи особине њеног тензора разлике (између индуковане афинске повезаности и Леви-Чивита повезаности афинске метрике) и афиног оператора облика. Наиме, аутори посматрају обрнут проблем од Калабијеве композиције. У афиној диференцијалијој геометрији Калаби је у раду E. Calabi, Complete affine hyperspheres, I, Symposia Mathematica, Vol. X, Academic Press, London, 1972, 19 – 38, увео конструкију, која се данас назива Калабијева композиција, која показује како се једној (или двема) хиперболичким афинним хиперсфераима може придржити нова афинска хиперсфера. У овом раду аутори изучавају услове под којима за дату педесетерисашту афину хиперповрш  $M$  у  $R^{n+m+2}$  постоје афинске хиперсфере  $M_2^n$  у  $R^{n+1}$  и  $M_3^m$  у  $R^{m+1}$  такве да је  $M = I \times_{\rho_2} M_2^n \times_{\rho_3} M_3^m$ , где  $I \subset R$  и функције  $\rho_2$  и  $\rho_3$  зависе само од  $I$ , тј. када  $M$  допушта увијепу продукт структуре и доказују теорему за случај када је тангентно раслојење афинске хиперповрши  $M^{n+m+1}$  ортогонална сума (у односу на афину метрику) три дистрибуције: једнодимензионе дистрибуције  $D_1$  разапете једниничним векторским пољем,  $n$ -димензионе дистрибуције  $D_2$  и  $m$ -димензионе дистрибуције  $D_3$  такве да тензор разлике између индуковане афинске повезаности и Леви-Чивита повезаности афинске метрике и афинни оператор облика задовољавају одређене услове.
- Тема рада "3-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6$  contained in a hyperplane", Mediterranean Journal of Mathematics, 2015, Vol. 12, Issue 4, pp. 1429–1449, (M22, IF(2015) 0.599) аутора М. Антић и Л. Врапкен су тродимензионе минималне CR подмногострукости шестодимензионе сфере које су уједно садржане

у тотално геодезијској хиперсфери. Показано је да је овај услов је еквивалентан услову да су одговарајуће скоро комплексна и тотално реалина дистрибуција  $\mathcal{D}_1$  и  $\mathcal{D}_2$  геодезијске. У овом раду је добијена комплетна класификација ових подмногострукости и експлицитни изрази ових имерсија. Тиме је показано и да су примери CR подмногострукости које су дали H. Hashimoto, K. Mashimo. On some 3-dimensional CR submanifolds in  $S^6$ , Nagoya Math. J., 156 (1999), 171-185 и M. Djorić, L. Vrancken. Three dimensional minimal CR submanifolds in  $S^6$  satisfying Chen's equality. J. Geom. Phys., 56 (2006), 2279-2288 једини примери тродимензионих  $\mathcal{D}_1$  и  $\mathcal{D}_2$  геодезијских (тиме и минималних) CR подмногострукости шестодимензионе сфере. Подсестимо се да не постоје тродимензионе тотално геодезијске (које пису тотално реалине) CR подмногострукости шестодимензионе сфере, те је природно изучавати  $\mathcal{D}_1$  и  $\mathcal{D}_2$  геодезијске подмногострукости.

- У раду "Decomposable affine hypersurfaces", Kyushu Journal of Mathematics, 2014, Vol. 68, pp. 93-103, (M23, IF(2014) 0.364) аутори М. Аптић, Ф. Дилен, К. Шолс и Л. Вранкен истражују када је могуће дату афину хиперповрш разложити у облику уопштеног Калабијевог производа афине сфере и тачке. Намис. у раду F. Dillen, L. Vrancken, Calabi-type composition of affine spheres, Differential Geom. Appl. 4(4) (1994), 303-328 поступак добијања афиних хиперсфера Калабијевим производом од других афиних хиперсфера је уопштен па афине, локално строго конвексне хиперповрши. У раду "Decomposable affine hypersurfaces" је посматран обрнут проблем, тј. како се, на основу датих особина тензора разлике између индуковане афине повезаности и Леви-Чивита повезаности афине метрике и афиног оператора облика, дата хиперповрш може написати као Калабијев производ афине сфере и тачке.
- У раду "The equidistant involution of the hyperbolic plane and two models of the Euclidean plane geometry", Journal of Geometry, 2013, Vol. 104, Issue 2, pp. 201-212, (M24) аутор М. Аптић полазећи од хиперболичког простора и елементарне хиперболичке тригонометрије, дефинише инволуцију хиперболичке равни у односу на еквидистантне криве, која оставља инваријантним одређени скуп тачака еквидистантних кривих. На овај начин, аутор конструише два модела еуклидске геометрије у равни. Такође, аутор проверава да важе све аксиоме еуклидске геометрије и показује везу између модела и еуклидске равни.
- Рад М. Аптић "4-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6$  contained in a totally geodesic sphere  $S^5$ ", Journal of Geometry and Physics, 2010, Vol. 60, pp. 96-110. (M21, IF(2010) 0.652) бави се четвородимензионим, минималним CR подмногострукостима шестодимензионе сфере које испуњавају још један геометријски услов, а то је да припадају и једној хиперравни кроз координатни почетак. То уједно значи да таква подмногострукост припада сфери мање димензије која је тотално геодезијски смештена у  $S^6$ . Одабрана је покретна база на подмногострукости која је усклађена са овим геометријским условима, установљене су релације између кофицијената конекције такве подмногострукости, као и између кофицијената друге фундаменталне форме. Показано је да постоје три класе оваквих подмногострукости и дате су експлицитне формуле одговарајућих имерсија.
- У раду "Sequences of minimal surfaces in  $S^{2n+1}$ ", Israel Journal of Mathematics, 2010, Vol. 179, pp. 493-508, (M21, IF(2010) 0.630) аутора М. Аптић и Л. Вранкена изучавају се минималне дводимензионе подмногострукости сфере  $S^{2n+1}$  које притом не

припадају некој тотално геодезијској сфери  $S^{2m+1}$  где је  $m < n$  и чијих су првих  $(n - 2)$  елипсе кривине вишег реда кругови, док  $(n - 1)$ -ва није круг. Полазећи од једне такве минималне имерсије конструишу се две нове минималне имерсије подуковане пројектовањем у нормалион простору којим се елипса кривине највишег реда слика у круг. Новодобијене минималне имерсије испуњавају пети услов везан за елипсе кривине, што омогућава конструисање низа таквих имерсија. Даље, у раду су изложени потребни и довољни услови да неке две имерсије из једног низа буду изометричне.

- У раду "Minimal surfaces with reflectionally symmetric sequences", Minimal surfaces with reflectionally symmetric sequences, Bulletin of the Transilvania University of Brasov, III-2008, Vol. 15(50), 1-4 Series Mathematics, Informatics, Physics, pp. 15–24 аутора М. Антић, Ц. Болтопа и Л. Вранкена се детаљније изучавају низови минималних имерсија површи у сферу  $S^{4k+1}$  чијих су првих  $(n - 2)$  елипсы кривине вишег реда кругови. Показан је следећи резултат: уколико су два суседна члана низа имерсија изометрична путем раванске рефлексије, тада се једна таква имерсија може представити као линеарна комбинација две минималне имерсије које припадају ортогонално комплементним  $(2k + 1)$ -димензионим потпросторима  $R^{4k+2}$ , припадају  $2k$ -димензионим подсфера  $S^{4k+1}$  и њихових првих  $(k - 2)$  елипсе кривине вишег реда су кругови. Такође, полазећи од две минималне имерсије које припадају  $2k$ -димензионим подсфера  $S^{4k+1}$  које испуњавају горе наведене услове добија се минимална имерсија у  $S^{4k+1}$ .
- У раду аутора М. Антић, М. Ђорић и Л. Вранкена "4-dimensional minimal CR submanifolds of the sphere  $S^6$  satisfying Chen's equality", Differential Geometry and its Applications, 2007, Vol. 25, pp. 290–298, (M22, IF(2007) 0.457) проучаване су праве, минималне, четвородимензионе подмногострукости сфере  $S^6$  које задовољавају Ченову једнакост те имају придржану дводимензиону канонску дистрибуцију

$$\mathcal{D} = \{Z \in T(M) | h(X, Z) = 0, \forall X \in T(M)\}.$$

Установљене су релације између коефицијената копексије и показано је да су све такве подмногострукости међусобно  $G_2$ -изометричне и дата је експлицитно имерсија једне од њих.

- Тема рада "Characterization of totally geodesic totally real 3-dimensional submanifolds in the 6-sphere", Acta Mathematica Sinica, English Series, Sep.. 2006, Vol. 22, No. 5, pp. 1565–1582, (M22, IF(2006) 0.44) М. Антић, М. Ђорић и Л. Вранкена су компактне, тотално геодезијске, Лагранжкове подмногострукости сфере  $S^6$ . Побољшан је један од ранијих резултата Х. Лија везан за питање ком интервалу припада Ричијева кривина  $ric$  да би подмногострукост била тотално геодезијска и доказано је да је потребан и довољан услов који треба да буде испуњен  $ric(v) \geq \frac{3}{4}$ . Резултат је добијен конструкцијом погодног покретног ортопорнираног репера простора у којој оператори облика имају једноставан облик, као и релације између одговарајућих коефицијената.

### Закључак

Из датих података се види да је кандидат др Мирослава Антић завршила студије математике и да је успешно одбранила докторску дисертацију. На Математичком факултету Универзитета у Београду је у радном односу од 2001. године, од 2016. године у звању ванредног професора. Веома успешно је држала предавања из више

курсева, како и на основним академским (8), тако и на мастер (2) и докторским студијама (2). Поред тога, др Мирослава Антић има објављене научне резултате (самосталне и коауторске) у области геометрије у истакнутим међународним часописима: 25 радова (самосталних и коауторских), од тога 21 рад па SCI листи (8 самосталних, од тога 4 рада у категорији M21a, 6 у категорији M21, 6 у категорији M22, 5 у категорији M23). Број хетерошитета је 159, h-индекс 11 (извор SCOPUS). Од првог избора у звање ванредног професора има 13 радова па SCI листи. Такође, има 6 заједничких радова са постдипломцима, од којих 5 па SCI листи.

Учествовала је на преко 20 међународних конференција излажући своје оригиналне резултате, од чега су 4 саопштења била пленарна или по позиву, била је члан организационих одбора преко 10 међународних конференција и члан уређивачког одбора зборника радова конференција, члан је локалне редакције Zentralblatt MATH и Mathematics Education. Била је истраживачким посетама у иностранству 19 пута. Била је гостујући професор на Универзитету у Валенсији, у Француској. Била је и јесте учесник неколико пројеката (3 домаћа и 2 инострана).

Написала је уџбеник (чији је издавач Математички факултет) и поглавље у монографији (чији је издавач Springer). Била је руководилац 15 мастер радова и члан комисије за 52 мастер рада и 4 докторске дисертације. Руководила је и руководи израдом две докторске дисертације.

Сви ови резултати указују да је др Мирослава Антић показала изузетан смисао и интересовање за научни и педагошки рад.

Дакле, на основу свега изложеног, комисија сматра да др Мирослава Антић испуњава све, формалне и суштинске, услове да буде изабрана у звање редовног професора па Математичком факултету Универзитета у Београду и комисија са задовољством предлаже Изборном већу Математичког факултета у Београду да др Мирославу Антић изабере у звање редовног професора за ужу научну област Геометрија.

У Београду,

9.1.2025. године

др Мирјана Ђорић, редовни професор у пензији,  
Математички факултет Универзитета у Београду



др Зоран Ракић, редовни професор.  
Математички факултет Универзитета у Београду

др Срђан Вукмировић, редовни професор.  
Математички факултет Универзитета у Београду

др Мирослава Петровић-Торгашев, редовни професор у пензији,  
Природно-Математички факултет Универзитета у Крагујевцу

др Божидар Јовановић, виши научни саветник.  
Математички Институт САНУ