

МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ
ИЗБОРНОМ ВЕЋУ

Одлуком Изборног већа Математичког факултета на седници одржаној 26. 9. 2025. године одређени смо за чланове комисије за писање извештаја за избор у звање и на радно место доцента за ужу научну област Математичка анализа, на одређено време од 60 месеци, са пуним радним временом. У вези с тим подносимо Већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

На конкурс објављен 8. октобра 2025. године у листу „Послови” Националне службе за запошљавање републике Србије, у прописаном року од 15 дана пријавио се један кандидат, др Милан Лазаревић. Наводимо релевантне податке о кандидату.

1. Биографија кандидата

Милан Лазаревић рођен је 6.9.1991. године у Чачку, где је завршио основну школу и гимназију као носилац Вукове дипломе. Математички факултет у Београду, смер Теоријска математика и примене, уписао је 2010. године и дипломирао 2014. године, са просечном оценом 9,50. Исте године уписао је Мастер студије на Математичком факултету у Београду, студијски програм Математика, модул Теоријска математика и примене и положио све испите са просечном оценом 10.

Мастер рад под насловом *Сингуларне вредности оператора и теорија мажорације, са применом на операторне неједнакости* одбранио је 2015. године под менторством др Данка Р. Јоцића.

Докторске студије на Математичком факултету у Београду, студијског програма Математика, уписао је 2015. године и положио је све испите предвиђене планом и програмом студија са просечном оценом 10. Докторску дисертацију под насловом *Неједнакости Коши-Шварца и Грис-Ландауа за елементарне операторе и трансформере типа унутрашњег производа на Q и Q^* идеалима компактних оператора* одбранио је 9.10.2020. године под менторством др Данка Р. Јоцића.

Од јануара 2015. до октобра 2016. године радио је као сарадник у настави, а од октобра 2016. до марта 2021. године као асистент на Математичком факултету Универзитета у Београду. На Математичком факултету у Београду држао је вежбе на предметима Анализа 1, Анализа 2, Анализа 3а, Анализа 3б и Теорија мере и интеграције, као и вежбе из Математике 1Б, 2Б, 3Б, 3Ц и 4Б на Физичком факултету Универзитета у Београду.

За доцента Математичког факултета за ужу научну област Математичка анализа изабран је у марту 2021. године. Држао је предавања из Математика 1Б, 2Б, 2Ц, 3Б, 4Б на Физичком факултету, као и Анализе 3А (Н и В смер), Математика 1, 2, 3 и 4 (астрономија) на Математичком факултету. На докторским студијама на Математичком факултету држао је курсеве Компактни и несамокоњуговани оператори и Линеарни тополошки простори

Био је члан комисије за преглед, оцену и одбрану једног мастер рада (Константин Заркула), као и члан комисије за преглед и оцену једне докторске дисертације (Матија Миловић).

Просечна оцена у последњих 5 година коју је добио у студентским анкетама је 4,45.

Учествовао је у пројекту „Простори функција и оператори на њима” Министарства просвете, науке и технолошког развоја, по. 174017 (почев од 2018. године).

Стручно-професионални допринос је, између осталог, остварио више пута рецензирајући чланке за научне часописе (Linear and multilinear algebra и Filomat са SCI листе). Такође је дао битан допринос академској и широј заједници, као члан Научно-наставног већа Математичког факултета Универзитета у Београду и као члан катедре за Реалну и функционалну анализу (шеф катедре је од априла 2023. године). Карактерише га висока способност уклапања у групни рад, а има и добро развијене социјалне вештине. Учествовао је и помагао у више ненаставних активности у раду са студентима, као на пример, у организацији студентских такмичења на Математичком факултету и држању припремне наставе за пријемни испиту на Математичком факултету. Био је члан комисије за израду задатака за пријемни испит на Математичком факултету.

2. Научни и стручни рад

До сада је објавио 13 радова у научним часописима са SCI листе и 1 поглавље у монографији, од тога 6 радова и 1 поглавље у монографији после последњег избора у звање доцента.

2.1. Објављени радови у научним часописима са SCI листе - пре последњег избора у звање доцента

- [1] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, P. Melentijević, S. Milošević, *Refinements of operator Landau and Grüss inequalities for elementary operators on ideals associated to p -modified unitarily invariant norms*, Complex Anal. Oper. Theory **12** (2018), 195-205. (IF 2017: 0,799 M22)
<https://doi.org/10.1007/s11785-016-0622-8>
- [2] D. R. Jocić, M. Lazarević, S. Milošević, *Norm inequalities for a class of elementary operators generated by analytic functions with non-negative Taylor coefficients in ideals of compact operators related to p -modified unitarily invariant norms*, Linear Algebra Appl. **540** (2018), 60-83. (IF 2018: 0.977 M21)
<https://doi.org/10.1016/j.laa.2017.11.015>
- [3] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *A note on the paper “Norm inequalities in operator ideals” [J. Funct. Anal. 255 (11) (2008), 3208-3228] by G. Laroitonda*, J. Funct. Anal. **277** (2019), 641-642. (IF 2019: 1.496 M21a)
<https://doi.org/10.1016/j.jfa.2018.08.013>
- [4] M. Lazarević, *Grüss-Landau inequalities for elementary operators and inner product type transformers in Q and Q^* norm ideals of compact operators*, Filomat **33** (2019), 2447-2455. (IF 2019: 0.848 M22)
<https://doi.org/10.2298/FIL1908447L>
- [5] D. R. Jocić, M. Lazarević, S. Milošević, *Inequalities for generalized derivations of operator monotone functions in norm ideals of compact operators*, Linear Algebra Appl.

586 (2020), 43-63.

(IF 2020: 1.401 M21)

<https://doi.org/10.1016/j.laa.2019.10.009>

- [6] D. R. Jocić, M. Lazarević, S. Milošević, *Corrigendum to "Inequalities for generalized derivations of operator monotone functions in norm ideals of compact operators"*, [Linear Algebra Appl. 586 (2020), 43-46], Linear Algebra Appl. 599 (2020), 201-204. (IF 2020: 1.401 M21)

<https://doi.org/10.1016/j.laa.2020.04.012>

- [7] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *Cauchy-Schwarz inequalities for inner product type transformers in Q^* norm ideals of compact operators*, Positivity 24 (2020), 933-956. (IF 2021: 1.030 M22)

<https://doi.org/10.1007/s11117-019-00710-3>

2.2. Објављени radovi u naučnim časopisima sa SCI листе - од последњег избора у звање доцента

- [8] D.R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *Laplace transformers in norm ideals of compact operators*, Banach J. Math. Anal. 15 (2021). (IF 2021: 1.197 M21)

<https://doi.org/10.1007/s43037-021-00149-3>

- [9] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, *Extensions of arithmetic-geometric means and Young norm inequalities to accretive operators, with applications*, Linear and Multilinear Algebra 70 (2022), 4835-4875. (IF 2022: 1.1 M21)

<https://doi.org/10.1080/03081087.2021.1900049>

- [10] D. R. Jocić, M. Lazarević, *Cauchy-Schwarz norm inequalities for elementary operators and inner product type transformers generated by families of subnormal operators*, Mediterr. J. Math. 19, 49 (2022). (IF 2022: 1.1 M21)

<https://doi.org/10.1007/s00009-021-01919-x>

- [11] D. R. Jocić, M. Lazarević, M. Milović, *Perturbation norm inequalities for elementary operators generated by analytic functions with positive Taylor coefficients*, Positivity 26, 62 (2022). (IF 2022: 1.0 M21)

<https://doi.org/10.1007/s11117-022-00923-z>

- [12] D. R. Jocić, M. Lazarević, *Norm inequalities for hypercontractive quasinormal operators and related higher order Sylvester-Stein equations in ideals of compact operators*, Banach J. Math. Anal. 17, 37 (2023). (IF 2023: 1.1 M21)

<https://doi.org/10.1007/s43037-023-00247-4>

- [13] D. R. Jocić, M. Lazarević, *Norm inequalities for hyperaccretive quasinormal operators, with extensions of the arithmetic-geometric means inequality*, Linear and Multilinear Algebra 72, 6 (2024), 891-921. (IF 2024: 1.0 M21)

<https://doi.org/10.1080/03081087.2023.2169233>

2.3. Поглавље у монографији

- [14] D.R. Jocić, M. Lazarević, *Cauchy-Schwarz Operator and Norm Inequalities for Inner Product Type Transformers in Norm Ideals of Compact Operators, with Applications*. In: R.M. Aron, M.S. Moslehian, I.M. Spitkovsky, H.J. Woerdeman, (eds) Operator and Norm Inequalities and Related Topics. Trends in Mathematics. Birkhäuser, Cham. (2022), 179-219. M13

https://doi.org/10.1007/978-3-031-02104-6_6

2.4. Учешћа на научним и стручним skupovima

- [15] D. R. Jocić, Đ. Krtinić, M. Lazarević, P. Melentijević, S. Milošević, *Inequalities related to Landau-Grüss inequalities for inner product type integral transformers and for elementary operators acting on ideals of compact operators*, VIII симпозијум „Математика и примене”, 2017. **M64**
- [16] D. R. Jocić, M. Lazarević, S. Milošević, *Norm inequalities for a class of elementary operators*, XIV Serbian Mathematical Congress, 2018. **M34**
- [17] D. R. Jocić, M. Lazarević, S. Milošević, *Inequalities for generalized derivations of operator monotone functions in norm ideals of compact operators*, X симпозијум „Математика и примене”, 2019. **M64**
- [18] M. Lazarević, *Inequalities for hyperaccretive quasinormal operators in norm ideals of compact operators*, Analysis, Topology and Applications 2024 (ATA2024). **M34**
- [19] M. Lazarević, *Some norm inequalities for hypercontractivite and hyperaccretive operators in ideals of compact operators*, XIV симпозијум „Математика и примене”, 2024. **M64**

3. Приказ публикација

У раду [1] представљен је идентитет

$$\begin{aligned}
 & \left| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* X B_n - \left(\sum_{n=1}^N A_n^* \right) X \left(\sum_{n=1}^N B_n \right) \right|^2 \\
 & + \sum_{1 \leq m < n \leq N} \alpha_m \alpha_n \left| (\alpha_m^{-1} A_m - \alpha_n^{-1} A_n) \left(cI + \left(c^2 I - \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* A_n + \left| \sum_{n=1}^N A_n \right|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right. \\
 & \times \left. \left(\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* X B_n - \left(\sum_{n=1}^N A_n^* \right) X \left(\sum_{n=1}^N B_n \right) \right) - cX(\alpha_m^{-1} B_m - \alpha_n^{-1} B_n) \right|^2 \\
 & = c^2 \left(\sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} B_n^* X^* X B_n - \left| X \sum_{n=1}^N B_n \right|^2 \right), \tag{1}
 \end{aligned}$$

где је $c \geq \left\| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* A_n - \left| \sum_{n=1}^N A_n \right|^2 \right\|^{\frac{1}{2}}$, $\alpha_n \in (0, 1]$ такви да је $\sum_{n=1}^N \alpha_n = 1$, а A_n и B_n (за $1 \leq n \leq N$) и X су ограничени оператори. На основу идентитета (1) изведене су операторна Грис-Ландауова неједнакост за елементарне трансформере (операторе), одакле се за $p > 0$ непосредно добија неједнакост

$$\begin{aligned}
 & \left\| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* X B_n - \left(\sum_{n=1}^N A_n^* \right) X \left(\sum_{n=1}^N B_n \right) \right\|_{\Phi^{(p)}}^p \\
 & \leq \left\| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} A_n^* A_n - \left| \sum_{n=1}^N A_n \right|^2 \right\|_{\Phi^{(\frac{p}{2})}}^{\frac{p}{2}} \left\| \sum_{n=1}^N \alpha_n^{-1} B_n^* X^* X B_n - \left| X \sum_{n=1}^N B_n \right|^2 \right\|_{\Phi^{(\frac{p}{2})}}^{\frac{p}{2}}. \tag{2}
 \end{aligned}$$

Специјално, за Шатенове норме $\|\cdot\|_p$ при $p \geq 2$, добијена неједнакост (2) се додатно упрощава, што између осталог омогућава утврђивање под којим условима се достиже

једнакост у добијеним неједнакостима. Помоћу идентитета (1) изведена је и уопштена Грис-Ландауова норма неједнакост за оператор монотоне функције.

У раду [2] прво су доказане Коши-Шварцове норма неједнакости за σ -елементарне трансформере (трансформере са пребројиво много сабирака) који делују на $\mathcal{B}(\mathcal{H})$, где је $\mathcal{H}$ Хилбертов простор, при чему алгебарски облик варијанти ових неједнакости зависи од природе разматраних норми. У случају $\|\cdot\|_{\Phi^{(p)}^*}$ норми ($p \geq 2$), тј. норми дуалних p -модификацијама $\|\cdot\|_{\Phi^{(p)}}$ унитарно инваријантних норми $\|\cdot\|_{\Phi}$, где је Φ симетрично нормирајућа функција, онда је за све $X \in \mathcal{C}_{\Phi^{(p)}^*}(\mathcal{H})$

$$\left\| \sum_{n=1}^{\infty} A_n X B_n \right\|_{\Phi^{(p)}^*} \leq \left\| \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n^* A_n \right)^{1/2} X \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n B_n^* \right)^{1/2} \right\|_{\Phi^{(p)}^*}, \quad (3)$$

уколико је $\sum_{n=1}^{\infty} (\|A_n h\|^2 + \|B_n^* h\|^2) < +\infty$ за свако $h \in \mathcal{H}$, а $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{B_n\}_{n=1}^{\infty}$ су фамилије ограничених оператора, такве да се бар једна од њих састоји од међусобно комутирајућих нормалних оператора. Након тога дат је низ примена добијених неједнакости, где је између осталог показано да за аналитичку функцију f са ненегативним Тејлоровим коефицијентима важи

$$\left\| f \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n \otimes B_n \right) X \right\|_{\Phi^{(p)}^*} \leq \left\| \sqrt{f \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n^* \otimes A_n \right) (I)} X \sqrt{f \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n \otimes B_n^* \right) (I)} \right\|_{\Phi^{(p)}^*}.$$

ако су изрази $\left\| \sum_{n=1}^{\infty} A_n^* A_n \right\|$ и $\left\| \sum_{n=1}^{\infty} B_n B_n^* \right\|$ мањи од радијуса конвергенције развоја у ред у околини 0 функције f , укључујући и илустративне примере конкретних функција овог типа.

Рад [3] је посвећен грешци који су аутори уочили у раду G. Laroitonda, *Norm inequalities in operator ideals*, Journal of Functional Analysis, vol. 255, no. 11, pp. 3208-3228 (2008). Наиме, предмет анализе била је неједнакост сродна неједнакости Corach-Porta-Reicht-a, коју наводи:

Теорема 12. Нека је $T \in I$, где је I нормирани идеал са унитарно инваријантном нормом у C^* -алгебри M . Нека $S, R \in M$ позитивни и инвертибилни, $S = e^X, R = e^{-Y}$ за неке $X, Y \in M_h$. Нека је $(r, \theta) \in [0, 2\pi) \times [-2, 2]$, и нека су

$$\begin{aligned} \Psi_{S,R,\theta,r}(T) &= e^{i\theta} r T + e^{i\theta} S T R^{-1} + S^{-1} T R, \\ C(r, \theta) &= (r+1)^2 + 2(r+1) \cos \theta + 1, \\ b(r, \theta) &= r(1 - \cos \theta) C(r, \theta)^{-2}. \end{aligned}$$

Тада је $\Psi_{S,R,\theta,r} \in B(I)$ инвертибилан и

$$\|\Psi_{S,R,\theta,r}(T)\|_I \geq C(r, \theta) \|S^b T R^{-b}\|_I,$$

са изузецима $(r, \theta) := (0, \pi)$, када је

$$\|S T R^{-1} - S^{-1} T R\|_I \geq 2 \|X T - T Y\|_I$$

и $(r, \theta) := (-2, 0)$, када је

$$\|S T R^{-1} + S^{-1} T R - 2T\|_I \geq 2 \|X T - T Y\|_I.$$

У том раду, аутор је погрешно одредио област параметра за које важи његова теорема 9. из истог рада, па је за последицу погрешно извео и закључак да теорема 12. важи за све $(r, \theta) \in [0, 2\pi) \times [-2, 2]$. У раду [3] је напротив доказано, да уместо по наведеном, теорема 12. важи под условом $(r, \theta) \in [0, 2\pi) \times \{0\} \cup \{0\} \times [-2, 2]$.

У раду [4] приказана је операторна верзија Грис-Ландауове неједнакости за трансформере типа унутрашњег производа и $0 \leq \eta \leq 1$

$$\left| \int_{\Omega} A_t X B_t d\mu(t) - \int_{\Omega} A_t d\mu(t) X \int_{\Omega} B_t d\mu(t) \right|^{2\eta} \leq \left\| \int_{\Omega} A_t A_t^* d\mu(t) - \left| \int_{\Omega} A_t^* d\mu(t) \right|^2 \right\|^{\eta} \left(\int_{\Omega} B_t^* X^* X B_t d\mu(t) - \left| X \int_{\Omega} B_t d\mu(t) \right|^2 \right)^{\eta},$$

помоћу које су изведене и одговарајуће норма неједнакости за Хилберт-Шмитове норме и друге p -модификоване норме. Такође, додатно за ограничене фамилије $\{A_t\}_{t \in \Omega}$ и $\{B_t\}_{t \in \Omega}$ самоадјунгованих оператора које задовољавају услов $\varphi \leq A_t \leq \Phi$ за неке самоадјунговане операторе $\varphi, \Phi \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ који комутирају са A_t за свако $t \in \Omega$ и за које важи $\varphi\Phi = \Phi\varphi$, као и $\gamma \leq B_t \leq \Gamma$ за неке самоадјунговане $\gamma, \Gamma \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ који комутирају са B_t за свако $t \in \Omega$ и за које је $\gamma\Gamma = \Gamma\gamma$, показано је да важи

$$\begin{aligned} & \left| \int_{\Omega} A_t B_t d\mu(t) - \int_{\Omega} A_t d\mu(t) \int_{\Omega} B_t d\mu(t) \right|^{2\eta} \\ & \leq \left\| \left(\Phi - \int_{\Omega} A_t d\mu(t) \right) \left(\int_{\Omega} A_t d\mu(t) - \varphi \right) \right\|^{\eta} \left(\Gamma - \int_{\Omega} B_t d\mu(t) \right)^{\eta} \left(\int_{\Omega} B_t d\mu(t) - \gamma \right)^{\eta} \\ & \leq \frac{1}{4^{2\eta}} \|\Phi - \varphi\|^{2\eta} (\Gamma - \gamma)^{2\eta}. \end{aligned}$$

У раду [5] приказане су норма неједнакости за уопштене функцијске деривације:

- поткласе функција из диск алгебре $\mathbf{A}(\mathbb{D})$, евалуираних у различитим класама (не обавезно нормалних) контрактивних оператора;
- оператор монотоних функција за хипонормалне, кохипонормалне, акретивне операторе и операторе које имају строго контрактиван реалан део.

Тако се у првом случају разматрају $A, B \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ који су контракције, $p \geq 2$, Φ с.н. функција, $\sum_{n=0}^{\infty} c_n$ апсолутно конвергентан ред комплексних бројева за који је $\sum_{n=0}^{\infty} |c_n| \leq 1$ и функција $f \in \mathbf{A}(\mathbb{D})$ за коју је $f(z) \stackrel{\text{ac}\Phi}{=} \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ за $|z| \leq 1$. Уколико је додатно $AX - XB \in \mathcal{C}_{\Phi}(\mathcal{H})$ за неки $X \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ и нормалне $A, B \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$, тада и $\sqrt{I - A^*A}(f(A)X - Xf(B))\sqrt{I - BB^*} \in \mathcal{C}_{\Phi}(\mathcal{H})$, при чему је

$$\begin{aligned} & \left\| \sqrt{I - A^*A}(f(A)X - Xf(B))\sqrt{I - BB^*} \right\|_{\Phi} \\ & \leq \left\| \sqrt{I - f(A)^*f(A)}(AX - XB)\sqrt{I - f(B)f(B)^*} \right\|_{\Phi}. \quad (4) \end{aligned}$$

Алтернативно, уколико је додатно $AX - XB \in \mathcal{C}_{\Phi^{(p)*}}(\mathcal{H})$ и (бар) један од оператора A или B је нормалан, тада $\sqrt{I - A^*A}(f(A)X - Xf(B))\sqrt{I - BB^*} \in \mathcal{C}_{\Phi^{(p)*}}(\mathcal{H})$ и (4) важи за $\Phi^{(p)*}$ уместо за Φ . Уколико пак $AX - XB \in \mathcal{C}_1(\mathcal{H})$, тада $\sqrt{I - A^*A}(f(A)X - Xf(B))\sqrt{I - BB^*} \in \mathcal{C}_1(\mathcal{H})$ и (4) важи када се норма $\|\cdot\|_{\Phi}$ замени нуклеарном нормом $\|\cdot\|_1$. Такође, приказани су илустративни примери деривационих неједнакости за нуклеарне норме и конкретне функције диск алгебре $\mathbf{A}(\mathbb{D})$.

У другом случају разматране су оператор монотоне функције на $(-1, 1)$ и $[0, +\infty)$, које редом представљају поткласе Пикових функција $\mathcal{P}(-1, 1)$ и $\mathcal{P}[0, +\infty)$, а Φ је опет произвољна с.н. функција и $p \geq 2$. Оператори $A, B, X \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ су у овом случају увек такви да уколико је $\varphi \in \mathcal{P}(-1, 1)$ тада A и B имају строго контрактивни реални део, а уколико је $\varphi \in \mathcal{P}[0, +\infty)$ неконстантна функција, тада су A и B строго акретивни. Ако су додатно и A и B нормални и $AX - XB \in \mathcal{C}_\Phi(\mathcal{H})$, тада је показано да важи следећа операторна варијанта теореме о средњој вредности за оператор монотоне функције

$$\|\varphi(A)X - X\varphi(B)\|_\Phi \leq \left\| \sqrt{\varphi' \left(\frac{A^* + A}{2} \right)} (AX - XB) \sqrt{\varphi' \left(\frac{B + B^*}{2} \right)} \right\|_\Phi, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \left\| \sqrt{\frac{A^* + A}{2}} (\varphi(A)X - X\varphi(B)) \sqrt{\frac{B + B^*}{2}} \right\|_\Phi \leq \\ & \left\| \sqrt{\frac{A^* + A}{2}} \varphi' \left(\frac{A^* + A}{2} \right) (AX - XB) \sqrt{\frac{B + B^*}{2}} \varphi' \left(\frac{B + B^*}{2} \right) \right\|_\Phi \leq \\ & \left\| \sqrt{\varphi' \left(\frac{A^* + A}{2} \right)} (AX - XB) \sqrt{\varphi' \left(\frac{B + B^*}{2} \right)} \right\|_\Phi \quad \text{ако је } \varphi(0) = 0, \\ & \left\| \varphi' \left(\frac{A^* + A}{2} \right)^{-1/2} (\varphi(A)X - X\varphi(B)) \varphi' \left(\frac{B + B^*}{2} \right)^{-1/2} \right\|_\Phi \leq \|AX - XB\|_\Phi. \end{aligned} \quad (6)$$

Неједнакост (5) (односно (6)) представља значајно уопштење неједнакости (69) (односно (68)) из теореме 4.4 у J. Funct. Anal. **218** (2005), 318-346 за строго позитивно дефинитне оператора A и B на све строго акретивне нормалне операторе. У истој теорему наведене су и додатне операторне варијанте теореме средње вредности за оператор монотоне функције за Q и Q^* норме, када се услов нормалности за оба оператора A и B може редукovati на нормалност једног од њих и адекватну хипонормалност или кохипонормалност другог од њих. Тиме су постигнута уопштења Хајнцове неједнакости за позитивне операторе, геометријско-логаритамска неједнакост за строго позитивне операторе и важне неједнакости $\|(\sin H)X \cos K - (\cos H)X \sin K\|_\Phi \leq \|HX - XK\|_\Phi$ за самоадјунгване операторе H и K из теореме 5 у J. Funct. Anal. **156** (1998), 429-451 и примедбе 25 у раду J. Funct. Anal. **255** (2008), 3208-3228. Добијене су и операторне верзије теореме о средњим вредностима за функције инверзне оператор монотоним функцијама.

У раду [6] извршена је корекција неједнакости (6), (7), (9) и (10) из Теореме 2.1 у [5], као и њихови докази, које у раду [6] гласе:

$$\begin{aligned} & \|(f(A)X - Xf(B))\sqrt{I - BB^*}\|_{\Phi(p)} \\ & \leq \|I - f(A)f(A)^*\|^{1/2} \|(I - AA^*)^{-1/2} (AX - XB) \sqrt{I - f(B)f(B)^*}\|_{\Phi(p)}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \|\sqrt{I - A^*A} (f(A)X - Xf(B))\|_{\Phi(p)} \\ & \leq \|\sqrt{I - f(A)^*f(A)} (AX - XB) (I - B^*B)^{-1/2}\|_{\Phi(p)} \|I - f(B)^*f(B)\|^{1/2}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \|(f(I)X - f(A \otimes B)(X))\sqrt{I - BB^*}\|_{\Phi(p)} \\ & \leq \|I - f(A)f(A)^*\|^{1/2} \|(I - AA^*)^{-1/2} (X - AXB) \sqrt{I - f(B)f(B)^*}\|_{\Phi(p)}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \|\sqrt{I - A^*A} (f(I)X - f(A \otimes B)(X))\|_{\Phi^{(p)}} \\ & \leq \|\sqrt{I - f(A)^*f(A)}(X - AXB)(I - B^*B)^{-1/2}\|_{\Phi^{(p)}} \|I - f(B)^*f(B)\|^{1/2}, \end{aligned} \quad (10)$$

при чему се у неједнакостима (6) и (9) (односно (7) и (10)) додатно тражи да је A (односно B) строга контракција, уместо невалидних формулација у раду [5], које гласе:

$$\begin{aligned} & \|\sqrt{I - A^*A} (f(A)X - Xf(B))\sqrt{I - BB^*}\|_{\Phi^{(p)}} \\ & \leq \|I - f(A)f(A)^*\|^{1/2} \|(AX - XB)\sqrt{I - f(B)f(B)^*}\|_{\Phi^{(p)}}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \|\sqrt{I - A^*A} (f(A)X - Xf(B))\sqrt{I - BB^*}\|_{\Phi^{(p)}} \\ & \leq \|\sqrt{I - f(A)^*f(A)} (AX - XB)\|_{\Phi^{(p)}} \|I - f(B)^*f(B)\|^{1/2}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \|\sqrt{I - A^*A} (f(I)X - f(A \otimes B)(X))\sqrt{I - BB^*}\|_{\Phi^{(p)}} \\ & \leq \|I - f(A)f(A)^*\|^{1/2} \|(X - AXB)\sqrt{I - f(B)f(B)^*}\|_{\Phi^{(p)}}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \|\sqrt{I - A^*A} (f(I)X - f(A \otimes B)(X))\sqrt{I - BB^*}\|_{\Phi^{(p)}} \\ & \leq \|\sqrt{I - f(A)^*f(A)}(X - AXB)\|_{\Phi^{(p)}} \|I - f(B)^*f(B)\|^{1/2}. \end{aligned} \quad (10)$$

У раду [7] разматрају се операторне и Коши-Шварцове неједнакости за униформну, Хилберт-Шмитову и нуклеарну норму σ -елементарних трансформера, као и питања конвергенције тих трансформера у придруженим идеалима компактних оператора. Представљено је и уопштење Парсевалове једнакости за јако квадратно интеграбилне фамилије оператора и обезбеђује важан и ефикасан метод дискретизације, којим се постојеће Коши-Шварцове норма неједнакости за елементарне трансформере уопштавају на трансформере типа унутрашњег производа. Примери те примене обухватају између осталог и неједнакост

$$\left\| \int_{\Omega} A_t X B_t d\mu(t) \right\|_{\Phi^{(p)*}} \leq \left\| \left(\int_{\Omega} A_t^* A_t d\mu(t) \right)^{1/2} X \left(\int_{\Omega} B_t B_t^* d\mu(t) \right)^{1/2} \right\|_{\Phi^{(p)*}}, \quad (7)$$

која представља недискретно уопштење неједнакости (3), као и теорему којом се проширује теорема 4.1 из J. Funct. Anal. **218** (2005), 318-346 и допуњује теорема 3.5 из Filomat **31:2** (2017), 197-206. Примери примене неједнакости (7) обухватају Коши-Шварцове норма неједнакости за трансформер вредносне Фуријеове трансформације приказане у теорему 3.10, као и деривациону норма неједнакост

$$\begin{aligned} & \|\sqrt{iA^* - iA} (\hat{\mu}(A)X - X\hat{\mu}(B))\sqrt{iB^* - iB}\|_{\Phi^{(p)*}} \\ & \leq \left\| \sqrt{I - |\hat{\mu}(A)|^2} (AX - XB) \sqrt{I - |\hat{\mu}(B)^*|^2} \right\|_{\Phi^{(p)*}} \end{aligned}$$

за оператор вредносне Фуријеове трансформације класе комплексних мера, евалуираних на дисипативним операторима A и B , од којих је бар један нормалан.

У [8] разматрана је класа Лапласових трансформера облика $\mathcal{L}f(\Delta_{A,B}) : X \mapsto \int_{[0,+\infty)} e^{-tA} X e^{-tB} f(t) dt$, који делују на $\mathcal{B}(\mathcal{H})$, $\mathcal{C}_{\Phi}(\mathcal{H})$, $\mathcal{C}_{\Phi^{(p)}}(\mathcal{H})$ или $\mathcal{C}_{\Phi^{(p)*}}(\mathcal{H})$, индукованих генералисаним деривацијама $\Delta_{A,B} : \mathcal{B}(\mathcal{H}) \rightarrow \mathcal{B}(\mathcal{H}) : X \mapsto AX + XB$. У случају

нормалности оператора A и B и јаке квадратне интеграбилности одговарајућих фамилија оператора, доказана је норма неједнакост

$$\left\| \int_{[0,+\infty)} e^{-tA} X e^{-tB} f(t) g(t) dt \right\|_{\Phi} \leq \left\| \left(\int_{[0,+\infty)} e^{-t(A^*+A)} |f(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} X \left(\int_{[0,+\infty)} e^{-t(B^*+B)} |g(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \right\|_{\Phi}.$$

Доказана је и конволуциона норма неједнакост за тако генерисане Лапласове трансформере, а дата је и примена Лапласових трансформера на норма неједнакост, укључујући и норма неједнакост

$$\|(A^{*2} + 2A^*A + A^2)^{1/2} X (B^2 + 2BB^* + B^{*2})^{1/2}\|_{\Phi(p)^*} \leq \|A^2 X + 2AXB + XB^2\|_{\Phi(p)^*},$$

за $A, B, X \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ такве да су A, B^* 2-хипер-акретивни и барем један од њих нормалан, при услову $A^2 X + 2AXB + XB^2 \in \mathcal{C}_{\Phi(p)^*}(\mathcal{H})$.

У раду [9], за нормалне акретивне операторе A и B су доказане неједнакости

$$\begin{aligned} & |(A^* + A)^{1-\alpha} X (B^* + B)^{\alpha}|^2 \\ & \leq \Gamma(2-2\alpha) \int_0^{\infty} e^{-tB^*} (B^* + B)^{\alpha} |AX + XB|^2 (B^* + B)^{\alpha} e^{-tB} t^{2\alpha-1} dt, \\ & \|(A^* + A)^{1-\alpha} X (B^* + B)^{\alpha}\|_{\Phi} \leq \Gamma(2-2\alpha) \Gamma(2\alpha) \|AX + XB\|_{\Phi}, \quad AX + XB \in \mathcal{C}_{\Phi}(\mathcal{H}). \end{aligned}$$

Овде је $0 < \alpha < 1$, а Φ је симетрична нормирајућа (с.н.) функција.

За $A, B, X \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$, при чему су A и B позитивни оператори, $\mu, \theta \in \mathbb{R}$, $\alpha \in (0, 1)$ и Φ с.н. функција, доказано је следеће уопштење Јангове норма неједнакости

$$|e^{i\mu} + e^{i\theta}| \|A^{1-\alpha} X B^{\alpha}\|_{\Phi} \leq \sqrt{\Gamma(2-2\alpha)\Gamma(2\alpha)} \|e^{i\mu} AX + e^{i\theta} XB\|_{\Phi},$$

у случају када $e^{i\mu} AX + e^{i\theta} XB \in \mathcal{C}_{\Phi}(\mathcal{H})$. Разноврсни примери и примене добијених неједнакости су дати, укључујући неједнакости Хајнца, Херона и Жанга.

У [10] показане су Коши-Шварцове норма неједнакости за трансформере унутрашњег производа генерисаних субнормалним оператора (тј. оператора који имају проширење до нормалних оператора на ширем Хилбертовом простору). При томе, дати су и довољни услови за конвергенцију тако генерисаних трансформера. Поред субнормалних, разматране су класе квазинормалних и хипонормалних оператора. Дата је и примена новодобијених неједнакости на функције генерисане Тејлоровим полиномима са позитивним коефицијентима, као и одговарајуће деривационе норма неједнакост.

У [11] изводе се пертурбационе норма неједнакости за елементарне операторе генерисане аналитичким функцијама. Специјално, за аналитичку функцију f , тригонометријске полиноме $T, S: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ и $t \in \mathbb{R}$, ако су $f_{TS,t}$, $f_{\bar{T}T,t}$ и $f_{\bar{S}S,t}$, придружене аналитичке функције, $X \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ и $\sum_{n=1}^{\infty} (A_n X B_n - C_n X D_n)$ је у симетрично нормирајућем идеалу $\mathcal{C}_{\Phi}(\mathcal{H})$, за неку симетрично нормирајућу функцију Φ , тада важи неједнакост

$$\begin{aligned} & \left\| \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^* A_n - C_n^* C_n) \right\|^{\frac{1}{2}} \left(f_{TS,t} \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n \otimes B_n \right) X - f_{TS,t} \left(\sum_{n=1}^{\infty} C_n \otimes D_n \right) X \right) \left\| \sum_{n=1}^{\infty} (B_n B_n^* - D_n D_n^*) \right\|^{\frac{1}{2}} \right\|_{\Phi} \\ & \leq \left\| f_{\bar{T}T,t} \left(\sum_{n=1}^{\infty} A_n^* A_n \right) - f_{\bar{T}T,t} \left(\sum_{n=1}^{\infty} C_n^* C_n \right) \right\|^{\frac{1}{2}} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n X B_n - C_n X D_n) \\ & \times \left\| f_{\bar{S}S,t} \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n B_n^* \right) - f_{\bar{S}S,t} \left(\sum_{n=1}^{\infty} D_n D_n^* \right) \right\|^{\frac{1}{2}} \right\|_{\Phi}, \end{aligned}$$

при одређеним условима које испуњавају фамилије $(A_n)_{n=1}^\infty$, $(B_n)_{n=1}^\infty$, $(C_n)_{n=1}^\infty$ и $(D_n)_{n=1}^\infty$ у $\mathcal{B}(\mathcal{H})$. Добијени резултати представљају уопштења одговарајућих резултата из рада [5].

У [12] разматране су норма неједнакости за класу хиперконтрактивних квазинормалних оператора. Класа n -хиперконтракција уведена је први пут од стране Jim Agler-а и она представља важну улогу у модел теорији за операторе. Такође, добијени резултати су употребљени за разматрања решења операторне Силвестерове једначине, која има важну улогу и примену у теорији стабилности.

Рад [13] представља проширење резултата добијених у [12]. Наиме, неједнакости добијене у [12] су искоришћене за добијање одговарајућих норма неједнакости за класе хиперакретивних квазинормалних оператора. Те нове неједнакости су даље употребљене како би се добило и одговарајуће уопштење аритметичко-геометријске неједнакости за нормале и акретивне операторе из [9].

ЗАКЉУЧАК И ПРЕДЛОГ КОМИСИЈЕ

Кандидат др Милан Лазаревић испуњава све научне и стручне критеријуме за избор у звање доцента. Објавио је 13 радова на SCI листи, од тога 6 после последњег избора у звање (свих 6 су у M21 категорији). Од последњег избора у звање објавио је и поглавље у међународној монографији (издавач Birkhäuser). Има одговаран однос према наставним обавезама, коректан однос са студентима и увек је спреман на сарадњу са својим колегама. Петогодишњи просек оцена на студентским анкетама је 4,45.

Имајући у виду све претходно наведено, предлагемо Изборном већу Математичког факултета да подржи избор у звање доцента Милана Лазаревића и утврди предлог Већу научних области Природно-математичких наука Универзитета у Београду да се др Милан Лазаревић изабере у наведено звање.

У Београду, 7. новембра 2025.

Комисија

др Данко Јоцић, редовни професор у пензији
Математичког факултета у Београду

др Стефан Милошевић, доцент
Математичког факултета у Београду

др Петар Мелентијевић, доцент
Математичког факултета у Београду

др Драган Ђорђевић, редовни професор
Природно-математичког факултета у Нишу