ИЗБОРНОМ ВЕЋУ
МАТЕМАТИЧКОГ ФАКУЛТЕТА
УНИВЕРЗИТЕТА У БЕОГРАДУ

На 132. седници Изборног већа Математичког факултета, одржаној 27. марта 2026. године одређени смо за чланове комисије за писање извештаја о конкурсу за избор једног доцента за ужу научну област Математичка анализа. Конкурс је објављен 8. априла 2026. године у листу ,,Послови" Националне службе за запошљавање, број 1192-1193. Након увида у приложени материјал подносимо Изборном већу Математичког факултета следећи

ИЗВЕШТАЈ

У предвиђеном року на конкурс се пријавио један кандидат, др Михаило Крстић. У наставку наводимо изабране податке о пријављеном кандидату.

1. Биографија кандидата

Др Михаило Крстић је рођен у Нишу 20. маја 1994.

Специјализовано одељење за ученике обдарене за метематику уписује 2009. године при Гимназији ,,Светозар Марковић" у Нишу. Ово одељење завшава са одличним успехом и уписује Основне академске студије Математике (обима 180 ЕСПБ поена) на Природно-математичком факултету Унивезитета у Нишу 2013. године. Ове студије завршава 2016. године са просечном оценом 9, 70 оставривши 143 ЕСПБ поена. Мастер академске студије на смеру за Општу (теоријску) математику (обима 120 ЕСПБ поена) кандидат Михаило Крстић уписује 2016. године. Ове студије завршава 2018. године са просечном оценом 9, 58 оставривши 143 ЕСПБ поена.

Током свог школовања кандидат је био добитник разних ученичких и студентских стипендија међу којима издвајамо стипендију Фонда за младе таленте ,,Доситеја".

Михаило Крстић уписује Докторске академске студије на Математичком факултету Универзитета у Београду 2019. године. Докторске студије завршава са просечном оценом 10, одбранивши докторску дисертацију под називом ,,Неки типови интеграције оператор-вредносних функција и комплексних мера са применама на Лапласове трансформере у идеалима компактних оператора" на Математичком факултету Универзитета у Београду 20. фебруара 2026 (под менторством проф. др Милоша Арсеновића и проф. др Данка Јоцића).

Михаило Крстић је до сада објавио 12 научних радова, који се налазе на СЦИ листи. Притом, кандидат је до сада учествовао на неколико научних конференција у земљи и иностранству на којима је и презентовао неке од својих резултата.

Михаило Крстић био је ангажован 2018. године као истраживач на научном пројекту ,,Проблеми нелинеарне анализе, теорије оператора, топологије и примене", број 174025 Министарства просвете, науке и технолошког развоја (руководилац пројекта је био проф. др Владимир Ракочевић, редовни члан САНУ). Кандидат је тренутно ангажован као истраживач на научном пројекту ,,Простори функција и оператори на њима", број ОI 174017 који је у организацији Министарства просвете, науке и технолошког развоја (руководилац пројекта био је проф. др Данко Јоцић, редовни професор Математичког факултета у Београду а затим проф. др Милош Арсеновић, редовни професор Математичког факултета у Београду).

Кандидат др Михаило Крстић је држао припремне наставе за такмичења из математике ученицима Математичке гимназије у Београду, као и ученицима специјализованог одељења за математику Гимназије ,,Светозар Марковић" у Нишу. Такође, кандидат је до сада учествовао као члан комисије за преглед задатака на ученичким и студентким такмичењима из математике.

У току првог полугодишта школске 2018/2019 године Михаило Крстић је држао наставу као професор математике у Гимназији „Бора Станковић" у Нишу. Током школске 2024/2025 и 2025/2026 године Михаило Крстић је ангажован као професор Анализе са алгебром у Математичкој гимназији у Београду.

Од 2018. године Михаило Крстић је у радном односу на Математичком факултету Универзитета у Београду, најпре као сарадник у настави, а након тога од 2019. године као асистент за ужу научну област Математичка анализа на Катедри за реалну и функционалну анализу. Михаило Крстић је држао вежбе из следећих предмета на Математичком факултету: Анализа 1 (вежбе и практикум), Анализа 3А за М, Н и В смер, Анализа 3Б за М, Н и В смер, Функционална анализа. На Физичком факултету Универзитета у Београду Михаило Крстић је до сада држао вежбе из Математике 1Б и 1Ц, Математике 2Б и 2Ц, као и из Математике 3Б и 3Ц. Михаило Крстић био је ангажован и на изборном предмету Одабрана поглавља реалне анализе на Математичком факултету.

На евалуацијама студената Математичког факултета је добио следеће оцене, при чему наводимо добијене просечне оцене за сваку од година понаособ: 3.34 (2025/2026), 3.95 (2024/2025), 4.18 (2023/2024), 3.95 (2022/2023), 4.09 (2021/2022), 3.12 (2020/2021), 4.44 (2019/2020). Оцене за школску годину 2018/2019 нису доступне јер је кандидат у тој школској години држао наставу на Физичком факултету у Београду.

Приступно предавање под називом „Интеграција функција са вредностима у просторима комплексних мера" кандидат је одржао 12. маја 2026. године и добио је оцену 5.00 од стране комисије.

др Михаило Крстић је члан Друштва математичара Србије.

2. Научни и стручни рад

2.1. Објављени научни радови кандидата

Кандидат је до сада објавио 12 радова у научним часописима са SCI листе, које наводимо у наставку. Од тога је првих 9 радова из области Математичке анализе (Теорија мере и интеграције, Функционална анализа и Теорија оператора) док су преостала 3 рада из Линеарне алгебре.

1. Hranislav Stanković, **Mihailo Krstić**, *Numerical and spectral radius of weakly* measurable families of Hilbert space operators*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 555, Issue 2, 15 March 2026, 130181
   `https://doi.org/10.1016/j.jmaa.2025.130181` [M21, IF2 1.2 (2024)]

2. Miloš Arsenović, V. I. Bogachev, **Mihailo Krstić**, *Spaces of Measure-Valued Mappings Connected with Disintegrations*, Siberian Mathematical Journal, Volume 66, pages 248–261, (2025).
   `https://doi.org/10.1134/S0037446625020028` [M22, IF2 0.7 (2024)]

3. Miloš Arsenović, V. I. Bogachev, **Mihailo Krstić**, *Integration of functions with values in spaces of measures*, Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, Volume 331, pages 1–27, (2025).
   `https://doi.org/10.1134/S0081543825601534` [M23, IF2 0.4 (2024)]

4. Miloš Arsenović, **Mihailo Krstić**, *A Normed Space of Weakly Integrable Operator-Valued Functions and Convergence Theorems*, Bulletin of the Iranian Mathematical Society, Volume 51, article number 30, (2025).
   `https://doi.org/10.1007/s41980-024-00965-x` [M22, IF2 0.8 (2024)]

5. Hranislav Stanković, **Mihailo Krstić**, *Spectral radius subadditivity for integrals of operator-valued functions*, Analysis Mathematica, Volume 51, pages 997–1009, (2025).
`https://doi.org/10.1007/s10476-025-00111-7` [M22, IF2 0.5 (2024)]

6. **Mihailo Krstić**, *Weak* integration of functions with values in the set of Hilbert space operators*, Filomat, Volume 38, Issue 30, Pages 10567-10585, (2024).
`https://doi.org/10.2298/FIL2430567K` [M21, IF2 0.9 (2024)]

7. D. R. Jocić, Z. Lj. Golubović, **M. Krstić**, S. Milašinović, *Norm inequalities for the iterated perturbations of Laplace transformers generated by accretive N-tuples of operators in Q and Q^* ideals of compact operators*, Annals of Functional Analysis, Volume 15, article number 69, (2024).
`https://doi.org/10.1007/s43034-024-00364-7` [M21, IF2 1.0 (2024)]

8. Hranislav Stanković, **Mihailo Krstić**, Ivan Damnjanović, *Some properties of the q-numerical radius*, Linear and Multilinear Algebra, 73(8), 1736–1757, (2024).
`https://doi.org/10.1080/03081087.2024.2438927` [M21, IF2 1.0 (2024)]

9. **Mihailo Krstić**, Matija Milović, Stefan Milošević, *Belonging of Gel'fand integral of positive operator valued functions to separable ideals of compact operators on Hilbert space*, Positivity, Volume 27, article number 4, (2023).
`https://doi.org/10.1007/s11117-022-00958-2` [M22, IF2 0.8 (2023)]

10. Marko Kostadinov, **Mihailo Krstić**, Kostadin Rajković, Marko Petković, *Adaptive coefficients iterative method for computing matrix inverse*, Linear Algebra and its Applications, Volume 731, 15 February 2026, Pages 277-305
`https://doi.org/10.1016/j.laa.2025.11.016` [M21, IF2 1.1 (2024)]

11. Marko D. Petković, **Mihailo Krstić**, Kostadin P. Rajković, *Rapid generalized Schultz iterative methods for the computation of outer inverses*, Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 344, 2018, Pages 572-584.
`https://doi.org/10.1016/j.cam.2018.05.048` [M21, IF2 1.883 (2018)]

12. Ashim Kumar, Predrag S. Stanimirović, Fazlollah Soleymani, **Mihailo Krstić**, Kostadin Rajković, *Factorizations of hyperpower family of iterative methods via least squares approach*, Computational and Applied Mathematics, Volume 37, 3226–3240, (2018).
`https://doi.org/10.1007/s40314-017-0507-0` [M22, IF2 1.260 (2018)]

Кандидат др Михаило Крстић је аутор и неколико радова (3 самостална и 1 у коауторству) у часопису Математика и информатика (ISSN 2334-9557) који издаје Природно-математички факултет Универзитета у Нишу. Такође, кандидат поседује и један самостални рад са студентске конференције IEEESTEC у организацији Електронског факултета Универзитета у Нишу.

2.2. Саопштења на научним и стручним скуповима

1. Трећи сусрет математичара СЦГ, Петровац, 2. oktobar - 5. oktobar 2025.
Излагање: Spectral radius subadditivity for integrals of operator-values function
`https://www.ucg.ac.me/skladiste/blog_623432/objava_201839/fajlovi/Smscg_program.pdf`

2. XIV Симпозијум математика и примене, Београд, 6. и 7. децембар 2024.
Излагање: Integration of functions with values in the space of complex measures

https://simpozijum.matf.bg.ac.rs/KNJIGA_APSTRAKATA_2024.pdf

3. Конгрес Младих математичара, Нови Сад, Србија, 29. септембар-1. октобар, 2022.

4. Конгрес Младих математичара, Нови Сад, Србија, 3. октобар-5. октобар, 2019.

5. 8th International Conference on Algebraic Informatics, Ниш, Србија, 30. јун-4. јул 2019.

2.3. Рецезент у научним часописима

Кандидат је до сада био рецензент у часопису Filomat (×1).

3. Приказ публикација

Након увида у приложене радове кандидата, чији је списак наведен у одељку 2.1, дајемо приказ ових публикација.

1. Hranislav Stanković, Mihailo Krstić, *Numerical and spectral radius of weakly* measurable families of Hilbert space operators*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, Volume 555, Issue 2, 15 March 2026, 130181

Уовом раду проучавају се нумерички и спектрални радијус слабо* мерљивих фамилија оператора на Хилбертовом простору. Уведени појмови представљају природно уопштење одговарајућих концепата за један оператор из $\mathfrak{B}(\mathcal{H})$ као и уопштење теорије операторских d-торки. Циљ рада јесте развијање јединственог теоријског оквира који омогућава проучавање операторских фамилија са аспекта нумеричког ранга, норми и спектралних својстава. У уводном делу рада најпре се излажу основни појмови из теорије оператора на Хилбертовим просторима, укључујући појмове везане за нумерички ранг и нумерички радијус и наводе се основне неједнакости попут

$$\max\left\{r(T), \frac{\|T\|}{2}\right\} \leqslant \omega(T) \leqslant \|T\|.$$

Након тога разматрају се операторске d-торке и њихови вишедимензионални аналогони, при чему се уводи заједнички нумерички ранг, заједнички нумерички радијус и различити појмови спектралног радијуса. Посебан део рада посвећен је слабо* мерљивим фамилијама оператора и одговарајућим интегралима оператор-вредносних функција. У том контексту уводи се појам производа фамилија оператора, као и елементарни оператор $\Theta_{\mathcal{T}}$ придружен фамилији оператора $\mathcal{T} = (T_\lambda)_{\lambda\in\Lambda}$ изразом

$$\Theta_{\mathcal{T}}(X) := \int_\Lambda T_\lambda^* X T_\lambda \, d\mu(\lambda),$$

који игра битну улогу у даљим истраживањима. Наводе се и доказују основна својства ових оператора, укључујући линеарност, ограниченост и монотоност. У наставку се дефинишу различите норме на просторима фамилија оператора тј. оператор-вредносних функција. Посебно се уводи сферна операторска норма

$$\|\mathcal{T}\| = \sup\left\{\sqrt{\int_\Lambda \|T_\lambda x\|^2 \, d\mu(\lambda)} : x \in \mathcal{H}, \|x\| = 1\right\},$$

и испитују се њене основне особине и везе са другим нормама, попут еуклидске операторске норме и супремум норме. Доказује се и комплетност одговарајућих простора операторских фамилија. У наставку рада уводе се нумерички ранг и нумерички радијус слабо* мерљивих фамилија оператора, чиме се проширују класични резултати из теорије оператора и теорије операторских d-торки. Посебно се проучава конвексност нумеричког ранга $\mathcal{W}(\mathcal{T})$ и доказују се одговарајуће неједнакости за нумерички радијус фамилија оператора. Напоменимо да се у овом раду долази до интересантног резултата о конвексности скупа $\mathcal{W}(\mathcal{T})$ у случају када је $\mathcal{T}$ комутирајућа слабо* мерљива фамилија у $\mathfrak{B}(\mathcal{H})$ и $\dim(\mathcal{H}) = 2$. Један од главних резултата рада односи се на дефинисање спектралног радијуса фамилије оператора и доказ једнакости $r(\mathcal{T}) = \|\mathcal{T}\|$, у случају када је фамилија $\mathcal{T}$ нормална. Овај резултат представља природно уопштење познате теореме за нормалне операторе. Такође се проучава класа нормалоидних фамилија оператора. У овом раду формулисано је неколико отворених проблема који сугеришу на правац могућих даљих истраживања.

2. Miloš Arsenović, V.I. Bogachev, Mihailo Krstić, *Spaces of Measure-Valued Mappings Connected with Disintegrations*, Siberian Mathematical Journal, Volume 66, pages 248–261, (2025).

У овом раду проучавају се простори мерљиво дефинисаних пресликавања са вредностима у просторима комплексних мера. Овакви простори природно се појављују у вези са дезинтеграцијама мера и представљају шире класе од класичних простора Бохнер-интеграбилних функција. Посебна пажња посвећена је просторима дефинисаним помоћу интеграбилности скуп по скуп функција $x \mapsto \lambda^x(A)$ као и просторима дефинисаним Канторович–Рубинштајновом нормом. У уводном делу овог рада наводе се основни појмови из теорије мера и интеграције оператор-вредносних и мера-вредносних функција. Дат је преглед класичне теорије Бохнерове интеграције као и простора $L^1(\mu, E)$, где је E нормиран простор. Посебно се указује на чињеницу да простор Бохнер-интеграбилних пресликавања може бити сувише узак за многе примере који се природно јављају. Као мотивациони пример разматра се фамилија Диракових мера $f(x) = \delta_x$ која није Бохнер-интеграбилна иако је природно очекивати да важи једнакост $\int_{[0,1]} \delta_x \, dm(x) = m$, где је m мера Лебега на $[0, 1]$, што аутори касније добијају када се у (1) узме $X = Y = [0, 1]$, $\mu = m$, $\lambda^x = \delta_x$. У другом делу рада уводи се простор $L^1_w(\mu, \mathcal{M}_\mathcal{A})$, који се састоји од функција које узимају вредности у просторима мера таквих да одговарајућа варијација комплексне мере λ^x задаје интеграбилну функцију, при чему се мерљивост дефинише у слабијем смислу, односно захтева се мерљивост функција $x \mapsto \lambda^x(A)$, где је $A \in \mathcal{A}$ фиксиран скуп (поменута скуп по скуп интеграбилност). У овом раду се доказује, под претпоставком да је сигма алгебра $\mathcal{A}$ пребројиво генерисана, да је нормиран простор $L^1_w(\mu, \mathcal{M}_\mathcal{A})$ Банахов простор у односу на норму

$$\|\Lambda\|_1 = \int_X \|\lambda^x\| \, d\mu(x).$$

Такође, детаљно се анализирају проблеми мерљивости тоталне варијације оваквих пресликавања и наводе се примери који показују да одговарајуће особине не важе у општем случају. У наставку рада уводи се простор $\mathfrak{L}(\mu, \mathcal{M}_\mathcal{A})$, који предаставља централни објекат у овом раду. Овај простор се састоји од функција које узимају вредности у просторима мера и које су интеграбилне скуп по скуп. За свако пресликавање тј. фамилију мера $\Lambda = (\lambda^x)_{x \in X}$ дефинише се мера

$$\nu_\Lambda(A) = \int_X \lambda^x(A) \, d\mu(x), \qquad A \in \mathcal{A}, \tag{1}$$

и одговарајућа норма

$$\|\Lambda\|_\mathfrak{L} = \sup_{A \in \mathcal{A}} \int_X |\lambda^x(A)| \, d\mu(x).$$

Докази тврђења да је функција ν_Λ задата у (1) комплексна мера и да је израз $\|\Lambda\|_\mathfrak{L}$ коначан за $\Lambda = (\lambda^x)_{x \in X}$ из $\mathfrak{L}(\mu, \mathcal{M}_\mathcal{A})$ нису једноставни и користе значајне теореме као што су Теорема Витали-Хан-Сакса као и Никодимова теорема о униформној ограничености. Даље се доказује да је ова норма еквивалентна норми дефинисаној помоћу функција из скупова $B_1(X)$ и $B_1(Y)$ (ови скупови се састоје од мерљивих функција на X тј. на Y које су по модулу не веће од 1):

$$\|\Lambda\|_{\mathfrak{L},1} = \sup_{f \in B_1(X),\, g \in B_1(Y)} \int_X \int_Y f(x) g(y) \, d\lambda^x(y) \, d\mu(x).$$

Даље се разматра питање комплетности простора $\mathfrak{L}(\mu, \mathcal{M}_\mathcal{A})$. Конструишу се примери који показују да овај простор у општем случају није комплетан. У том циљу користе се конструкције засноване на Винеровом и Брауновом процесу из Стохастичке анализе. Анализирају се фамилије мера повезане са случајним Фуријеовим редовима и показује се постојање Кошијевих низова који немају граничну вредност у овако дефинисаном нормираном простору $\mathfrak{L}(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$. У последњем делу рада уводи се простор фамилија мера дефинисан помоћу Канторович-Рубинштајнове норме

$$\|\nu\|_{KR} = \sup\left\{\int_Y \varphi(y)\,d\nu(y) : \varphi \in \mathrm{Lip}_1(Y),\ \sup_{y\in Y}|\varphi(y)| \leqslant 1\right\}.$$

Проучавају се тополошке и геометријске особине одговарајућих простора и доказује се комплетност потпростора функција које узимају вредности у скупу позитивних мера. Посебно се испитује веза између Канторович–Рубинштајнове метрике и слабе конвергенције мера. Резултати рада представљају значајни допринос теорији интеграције функција које узимају вредности у просторима мера. Такође, треба имати у виду да су у овом раду први пут дефинисани неки појмови (нпр. интеграл фамилије мера $(\lambda^x)_{x\in X}$ који је дат изразом $\left(\int_X \lambda^x\,d\mu(x)\right)(A) = \int_X \lambda^x(A)\,d\mu(x)$ за свако $A \in \mathcal{A}$) и да овај рад представља основ за даља истраживања која ће бити наведена у приказу рада [3].

3. Miloš Arsenović, V. I. Bogachev, Mihailo Krstić, *Integration of functions with values in spaces of measures*, Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics, Volume 331, pages 1–27, (2025).

Као што смо већ навели, овај рад представља наставак претходних истраживања аутора посвећених интеграцији фамилија комплексних мера које су задатке на истој сигма алгебри као и просторима функција са вредностима у просторима комплексних мера. У уводном делу овог рада даје се преглед класичних приступа интеграцији функција са вредностима у бесконачно-димензионалним Банаховим просторима, укључујући Бохнерову, Петисову и Гељфандову интеграцију. Као основни објекат проучавања разматрају се фамилије мера $\Lambda = (\lambda^x)_{x\in X}$, за које су функције $x \mapsto \lambda^x(A)$ мерљиве за сваки фиксиран скуп $A \in \mathcal{A}$. Доказана је и формула за интеграл функције $g \in B_1(Y)$ у односу на меру $\nu_{f\Lambda}$ задату у (1), где је $f \in B_1(X)$:

$$\int_Y g(y)\,d\nu_{f\Lambda}(y) = \int_X f(x)\int_Y g(y)\,d\lambda^x(y)\,d\mu(x).$$

Рад детаљно проучава три класе простора интеграбилних фамилија комплексних мера. Први простор, $L^1_w(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$, чине пресликавања са интеграбилном тоталном варијацијом мера. Други простор, $\mathfrak{L}(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$, састоји се од скуп по скуп интеграбилних фамилија мера и представља ширу класу него $L^1_w(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$. Трећи простор који се разматра у овом раду, $L^1_{KR}(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$, дефинисан је помоћу Канторович-Рубинштајнове норме и повезан је са слабом топологијом на простору мера. Један од битнијих резултата овог рада јесте доказ да, када је сигма-алгебра $\mathcal{A}$ пребројиво генерисана, сваки елемент простора $\mathfrak{L}(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$ може бити апроксимиран у норми простора $\mathfrak{L}(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$ фамилијама мера које су ограничене. Овим се даје позитиван одговор на питање постављено у претходном раду аутора тј. у раду [2]. Даље се проучавају различите особине мерљивости фамилија мера. Посебно се доказује да се Радон–Никодимов извод $(x, y) \mapsto \frac{d\lambda^x}{d\nu^x}(y)$ може бирати тако да буде мерљив у односу на сигма алгебру на производу простора X и Y са одговарајућим сигма алгебрама $\mathcal{B}$ и $\mathcal{A}$, редом. Показује се да су позитивни и сингуларни делови мерљиве фамилија мера мерљиво зависни од параметра x из X. Један део рада посвећен је производима фамилија мера. Доказује се да се под природним претпоставкама простор $L^1_w(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$ стабилно понаша у односу на формирање производа мера, док се за простор $\mathfrak{L}(\mu, \mathcal{M}_{\mathcal{A}})$ конструишу примери који показују да аналогне особине не важе у општем случају. У другом делу рада уводе се мерљиве фамилије простора $L^{p(x)}(\lambda^x)$, где и мера и експонент зависе од параметра $x \in X$. Развија се теорија Лебегових простора са промељивим експоентом која је повезана са мерљивим фамилијама мера и проучавају се њихове основне особине. Посебно се конструишу заједнички мерљиве ортонормиране базе у Хилбертовим просторима $L^2(\lambda^x)$, што представља параметризовану верзију класичног Грам-Шмитовог поступка ортогонализације.

4. Miloš Arsenović, Mihailo Krstić, *A Normed Space of Weakly Integrable Operator-Valued Functions and Convergence Theorems*, Bulletin of the Iranian Mathematical Society, Volume 51, article number 30, (2025).

Овај рад посвећен је проучавању оператор-вредносних функција које су интеграбилне у слабом смислу и представља допринос теорији интеграције функција са вредностима у просторима ограничених линеарних оператора између Банахових простора. Полазећи од класичних појмова Данфордове и Петисове интеграције вектор-вредносних функција, аутори уводе и анализирају простор $L^1_{pD}(\Omega, \mu, \mathcal{B}(X,Y))$ тачка по тачка Данфорд-интеграбилних оператор-вредносних функција. Посебна пажња посвећена је вези ових функција са оператор-вредносним мерама. У уводном делу рада даје се преглед основних појмова теорије вектор-вредносне интеграције, укључујући Данфордову, Петисову и Бохнерову интеграцију. Истиче се значај слабих облика интеграбилности у случајевима када стандардна Бохнерова интеграција није применљиваа. Разматрају се и кључне разлике између сепарабилних и несепарабилних Банахових простора, као и проблеми који настају у одсуству сепарабилности простора X или Y. Такође, у неким тврђењима и рефлексивност простора игра значајну улогу. Први део рада посвећен је оператор-вредносним мерама. Уводи се простор $\mathcal{M}_{cas}(\mathcal{M}, \mathcal{B}(X,Y))$ оператор-вредносних мера које су слабо пребројиво адитивне. На тај начин конструишу се две природне норме на простору $\mathcal{M}_{cas}(\mathcal{M}, \mathcal{B}(X,Y))$ и доказује се њихова еквиваленција као и комплетност одговарајућег нормираног простора. Након тога уводи се појам слабо мерљивих и тачка по тачка (вектор по вектор) Данфорд-интеграбилних оператор-вредносних функција $\mathcal{A} : \Omega \to \mathcal{B}(X,Y)$ тако што се за свако $x \in X$ разматра фамилија вектора $(\mathcal{A}_t x)_{t\in\Omega}$ у Y. На основу тога дефинише се интеграл оператор-вредносне функције као непрекидни оператор $\int_\Omega \mathcal{A}_t \, d\mu(t) : X \to Y^{**}$, где се примећује да се овај оператор може видети и као пресликавање из X у Y у случају рефлексивности простора Y. Доказује се да је тако дефинисан оператор линеаран и непрекидан, као и да задовољава природне процене норме које уопштавају класичне резултате који су до сада били познати за оператор-вредносне интеграле. Значајан део рада посвећен је структурним особинама простора $L^1_{pD}(\Omega, \mu, \mathcal{B}(X,Y))$. Анализирају се природно дефинисани оператори на овом простору, рестрикције на мерљиве подскупове, директне суме и повезаност са просторима Бохнер-интеграбилних функција. Показује се да простор $L^1_{pD}(\Omega, \mu, \mathcal{B}(X,Y))$ у општем случају не мора бити Банахов, што представља аналоган резултат који постоји код познатих резултата из теорије Петисове интеграције као и уопштење резултата који је аутор претходно добио у контексту оператора који делују на Хилбертовом простору (што је напоменуто у приказу рада [6]). Са друге стране, доказује се да је простор $L^1_{pD}(\Omega, \mu, \mathcal{B}(X,Y))$ Банахов уколико је мера дискретна, а простор Y рефлексиван. Други део рада бави се теоремама конвергенције за низове фамилија оператора. Посматрају се низови фамилија оператора $\left(\mathcal{A}_t^{(n)}\right)_{t\in\Omega}$ чији елементи конвергирају, за фиксирано $t \in \Omega$, ка $\mathcal{A}_t$ у слабом, јаком или униформном смислу. Под додатним претпоставкама доказује се могућност замене лимеса (слабог, јаког или униформног) и интеграла:

$$\lim_{n\to\infty} \int_\Omega \mathcal{A}_t^{(n)} \, d\mu(t) = \int_\Omega \mathcal{A}_t \, d\mu(t).$$

Добијени резултати представљају оператор-вредносне верзије Теореме о доминантној конвергенцији као и Виталијеве теореме конвергенције. У завршном делу рада разматрају се и специјални случајеви оператора на Хилбертовим просторима, где додатна структура простора омогућава резултате који укључују апсолутне вредности оператора (модуо оператора $|A| = \sqrt{A^*A}$). Резултати добијени у овом раду представљају систематско развијање теорије интеграције оператор-вредносних функција у слабом смислу и дају нове алате за проучавање оператор-вредносних мера, слабих облика интеграбилности и теорема конвергенције у Банаховим просторима.

5. Hranislav Stanković, Mihailo Krstić, *Spectral radius subadditivity for integrals of operator-valued functions*, Analysis Mathematica, Volume 51, pages 997–1009, (2025).

Овај рад посвећен је проучавању субадитивности спектралног радијуса за интеграле оператор-вредносних функција и представља наставак истраживања аутора у области интеграције оператор-вредносних функција. Полазећи од класичне неједнакости за коначне фамилије комутативних оператора, аутори развијају интегралну верзију субадитивности спектралног радијуса за мерљиве фамилије оператора које су Бохнер-интеграбилне. У уводном делу рада разматрају се основни појмови теорије оператора на Банаховим просторима, укључујући спектар оператора, спектрални радијус и нумерички радијус. Подсећа се на познату неједнакост $r(T_1 + T_2) \leqslant r(T_1) + r(T_2)$ за комутативне операторе T_1 и T_2, при чему се истиче циљ рада - уопштење ове неједнакости на интеграле оператор-вредносних функција. Даље се уводе основни појмови теорије интеграције вектор-вредносних и оператор-вредносних функција. Разматрају се слабо и јако мерљиве функције, Бохнер-интеграбилност и тачка по тачка Данфорд-интеграбилност оператор-вредносне функције која је описана у приказу рада [4]. Значајан део рада посвећен је проблему мерљивости функције коју задаје спектрани радијус, тј. функције $\lambda \mapsto r(T_\lambda)$. Доказује се да је за јако мерљиве фамилије оператора функција $\lambda \mapsto r(T_\lambda)$ мерљива. Затим се показује да исто својство важи и за слабо мерљиве фамилије оператора на Банаховим просторима са Шаудеровом базом. Докази ових резултата заснивају се на Гељфандовој формули за спектрални радијус $r(A) = \lim\limits_{n\to\infty} \|A^n\|^{\frac{1}{n}}$, особинама сепарабилних простора и конструкцији одговарајућих фамилија функционала помоћу Хан–Банахове теореме. Централни резултат рада представља доказ неједнакости

$$r\left(\overset{B}{\int_\Omega} T_\lambda \, d\mu(\lambda)\right) \leqslant \int_\Lambda r(T_\lambda)\, d\mu(\lambda) \tag{2}$$

за комутативне фамилије оператора на Банаховом простору које су интеграбилне у Бохнеровом смислу. Доказ користи апроксимацију оператор-вредносних функција простим функцијама и прати линије доказа познате Петисове теореме о мерљивости. Такође, у доказу се користе особине Бохнерових интеграла као и претходно добијени резултати о субадитивности спектралног радијуса за пребројиве суме комутативних оператора. У доказу се додатно користе горња полунепрекидност спектралног радијуса као и теореме типа обрнуте Фатуове леме. Аутори наводе и други доказ неједнакости (2) који је базиран на теорији карактера на комутативним и униталним Банаховим алгебрама. Рад садржи и нетривијалан пример који показује да се услов Бохнер-интеграбилности не може ослабити уколико се разматрају слабији облици интеграбилности оператор-вредносних функција. Конструише се фамилија нилпотентних оператора за коју интеграл дефинисан у слабом смислу не задовољава неједнакост (2) за спектрални радијус. Тиме се показује да се разлика између спектралног радијуса интеграла и интеграла спектралних радијуса може произвољно увећати. У последњем делу рада разматра се класа спектралоидних оператора, односно оператора за које важи једнакост између спектралног и нумеричког радијуса. Доказује се да за рефлексивне Банахове просторе са Шаудеровом базом и комутативне фамилије спектралоидних оператора које припадају простору $L^1_{pD}(\Lambda, \mu, \mathcal{B}(X))$ такође важи неједнакост (2). На крају рада формулише се отворен проблеми који се односи на мерљивост нумеричког и спектралног радијуса за слабо мерљиве фамилије оператора на општим сепарабилним Банаховим просторима. Резултати овог рада представљају допринос теорији интеграције оператор-вредносних функција, посебно у контексту повезивања спектралне теорије са теоријом вектор-вредносне интеграције и мерљивости оператор-вредносних фамилија.

6. Mihailo Krstić, *Weak* integration of functions with values in the set of Hilbert space operators*, Filomat, Volume 38, Issue 30, Pages 10567-10585, (2024).

Овај рад се бави теоријом слабо* мерљивих и слабо* интеграбилних оператор-вредносних функција са вредностима у $\mathcal{B}(\mathcal{H})$. Основни циљ рада је проучавање опште теорије Гељфандовог тј. слабог* интеграла оператор-вредносних функција, комплетности таквог простора оператор-вредносних функција и веза са оператор-вредносним мерама. У уводном делу рада уводе се основни појмови теорије оператора на Хилбертовим просторима. Посматра се мерљив простор $(\Omega, \mathfrak{M}, \mu)$ и простор ограничених линеарних оператора $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ на Хилбертовом простору $\mathcal{H}$. На основу дуалности између простора нуклеарних оператора и простора $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ дефинише се Гељфандов интеграл оператор-вредносних функција и разматрају његова основна својства. Рад детаљно проучава сесквилинеарну репрезентацију слабог* интеграла изразом

$$\left\langle \int_\Omega A_t \, d\mu(t) f, g \right\rangle = \int_\Omega \langle A_t f, g \rangle \, d\mu(t), \qquad f, g \in \mathcal{H}.$$

Овако дефинисане оператор вредносне функције се сагледавају као елементи нормираног простора $L^1_G(\Omega, \mu, \mathcal{B}(\mathcal{H}))$, који се састоји од класа слабо* интеграбилних оператор-вредносних функција. Норма на овом простору дефинисана је изразом

$$\|(A_t)\|_G = \sup_{\|f\|=\|g\|=1} \int_\Omega |\langle A_t f, g \rangle| \, d\mu(t).$$

Показује се да овај простор није комплетан у општем случају. Конкретно, у овом раду је доказано да нормиран простор $L^1_G([0,1], \mathcal{B}_{[0,1]}, m, \mathcal{B}(\mathcal{H}))$ није Банахов када је Хилбертов простор $\mathcal{H}$ бесконачне димензије и сепарабилан (овде је $\mathcal{B}_{[0,1]}$ Борелова сигма алгебра на $[0,1]$). Доказ се заснива на вези између Гељфанд-интеграбилних функција и Петис-интеграбилних функција са вредностима у одређеним потпросторима оператора. Један део рада посвећен је оператор-вредносним мерама које настају интеграцијом слабо* интеграбилних фамилија оператора. За фамилију $(A_t)_{t\in\Omega}$ дефинише се мера $v_A(E) = \int_E A_t \, d\mu(t)$ и проучавају се услови под којима је ова мера пребројиво адитивна у норми простора $\mathcal{B}(\mathcal{H})$. Посебно се разматрају сепарабилни идеали $\mathcal{C}_\Phi(\mathcal{H})$ генерисани симетрично нормирајућим функцијом Φ као и Шатен-фон Нојманови идеали $\mathcal{C}_p(\mathcal{H})$. Доказују се резултати који генерализују раније познате теореме за позитивне оператор-вредносне функције. Уводи се и разматра се појам слабе* униформне интеграбилности фамилија оператор-вредносних функција. Значајан део рада односи се на директне суме Хилбертових простора и оператора. Посматрају се фамилије оператора $t \mapsto \bigoplus_{n=1}^\infty A_t^{(n)}$ на простору $\bigoplus_{n=1}^\infty \mathcal{H}_n$, и дају се потребни и довољни услови да такве фамилије припадају нормираном простору $L^1_G(\Omega, \mu, \mathcal{B}(\bigoplus_{n=1}^\infty \mathcal{H}_n))$. Показује се да се под одговарајућим условима интеграл и директна сума могу заменити:

$$\int_\Omega \bigoplus_{n=1}^\infty A_t^{(n)} \, d\mu(t) = \bigoplus_{n=1}^\infty \int_\Omega A_t^{(n)} \, d\mu(t).$$

Изведена је формула која повезује Гелфандов интеграл са спектралним интегралом када сви оператори A_t у посматраној фамилији потичу од исте спектралне мере. На тај начин остварује се веза између теорије оператор-вредносних интеграла и класичне спектралне теорије самоконјугованих оператора. Током рада дати су бројни конкретни примери оператор-вредносних функција и експлицитна израчунавања њихових слабих* интеграла. Поменути примери илуструју добијене резултате и показују како се Гељфандов интеграл може практично и израчунати.

7. D. R. Jocić, Z. Lj. Golubović, M. Krstić, S. Milašinović, *Norm inequalities for the iterated perturbations of Laplace transformers generated by accretive N-tuples of operators in Q and Q^* ideals of compact operators*, Annals of Functional Analysis, Volume 15, article number 69, (2024).

Овај рад је наставак тематике која је у задње две деценије доста напредовала. У овом раду су презентовани резултати и примене изложене теорије на Лапласове трансформере у идеалима компактних оператора. Конкретније, нека је Φ симетрично нормирајућа функција, $A, B \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ и нека је

$$\mathcal{L}[\mu]\Delta_{A,B}X = \mathcal{L}[\mu](\Delta_{A,B})X = \int_{\mathbb{R}_+} e^{-tA} X e^{-tB} d\mu(t)$$

Лапласов трансформер генерисан генерализованом деривацијом $\Delta_{A,B} \colon \mathcal{B}(\mathcal{H}) \to \mathcal{B}(\mathcal{H})$ која је задата са $X \mapsto AX + XB$, при чему је μ Борелова вероватносна мера на $\mathbb{R}_+ :=$

$[0, +\infty)$. Ако се оба пара оператора $(A, C), (B, D) \in \mathcal{B}(\mathcal{H})^2$ састоје од међусобно комутирајућих акретивних оператора, тако да су $C - A$ и $D - B$ акретивни оператори и $(C - A)X + X(D - B) \in \mathcal{C}_\Psi(\mathcal{H})$ за неко $X \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$, тада је доказано да важи

$$\mathcal{L}[\mu]\Delta_{A^*,A}(I) - \mathcal{L}[\mu]\Delta_{C^*,C}(I) \geqslant 0, \qquad \mathcal{L}[\mu]\Delta_{B,B^*}(I) - \mathcal{L}[\mu]\Delta_{D,D^*}(I) \geqslant 0,$$

као и то да важи значајна неједнакост

$$\left\|\sqrt{C^* + C - A^* - A}\,(\mathcal{L}[\mu]\Delta_{A,B}X - \mathcal{L}[\mu]\Delta_{C,D}X)\,\sqrt{D^* + D - B^* - B}\right\|_\Psi \leqslant$$
$$\left\|\sqrt{\mathcal{L}[\mu]\Delta_{A^*,A}(I) - \mathcal{L}[\mu]\Delta_{C^*,C}(I)}(AX + XB - CX - XD)\sqrt{\mathcal{L}[\mu]\Delta_{B,B^*}(I) - \mathcal{L}[\mu]\Delta_{D,D^*}(I)}\right\|_\Psi.$$

Такође, горња неједнакост је генерализована на поновљене пертурбације Лапласових трансформера.

8. Hranislav Stanković, Mihailo Krstić, Ivan Damnjanović, *Some properties of the q-numerical radius*, Linear and Multilinear Algebra, 73(8), 1736–1757, (2024).

У овом раду проучава се q-нумерички радијус оператора на Хилбертовим просторима и анализирају се његове основне особине као и неједнакости које га повезују са стандардним нумеричким радијусом и операторском нормом. За оператор $A \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ уводи се q-нумерички ранг $\mathcal{W}_q(A)$ и q-нумерички радијус $\omega_q(A)$ формулама

$$\mathcal{W}_q(A) = \{\langle Ax, y\rangle : \|x\| = \|y\| = 1,\ \langle x, y\rangle = q\}, \qquad \omega_q(A) = \sup\{|w| : w \in \mathcal{W}_q(A)\},$$

при чему је $q \in \overline{\mathbb{D}}$ (овде је $\overline{\mathbb{D}}$ затворен јединични диск у комплексној равни). Напоменимо да за $q \in \mathbb{C}$, $|q| = 1$ важи једнакост $\omega_q(A) = \omega(A)$, односно да q-нумерички радијус представља природно уопштење класичног нумеричког радијуса. Треба напоменути и то да су у претходним радовима који се баве овом темом аутори углавном проучавали овако уведен радијус у контексту матрица јер су се овакве величине јављале у разним конкретним оптимизационим проблемима. Централни део рада посвећен је доказивању нових процена за q-нумерички радијус. Доказује се да за сваки оператор $A \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ и свако $q \in \overline{\mathbb{D}}$ важи $|q| \cdot \omega(A) \leqslant \omega_q(A) \leqslant \|A\|$ као и процена $\frac{|q|}{2} \cdot \|A\| \leqslant \omega_q(A) \leqslant \|A\|$. У случају нормалног оператора A доказује се да важи и неједнакост $|q| \cdot \|A\| \leqslant \omega_q(A) \leqslant \|A\|$. На основу ових резултата показује се да је $\omega_q(\cdot)$ норма на простору $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ за свако $q \neq 0$ из $\overline{\mathbb{D}}$ и да је еквивалентна стандардној операторској норми $\|\cdot\|$. Даље се проучавају аналитичке особине функције $q \mapsto \omega_q(A)$. Доказује се да је ова функција непрекидна на затвореном јединичном диску и да важи једнакост $\max\limits_{q \in \overline{\mathbb{D}}} \omega_q(A) = \|A\|$. Такође се показује да, уколико је функција $q \mapsto \omega_q(A)$ комплексно диференцијабилна на $\mathbb{D}$, тада мора бити константна. Посебан део рада односи се на операторске матрице и директне суме оператора. За низ оператора $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ доказује се неједнакост

$$\sup_{n\in\mathbb{N}} \omega_q(A_n) \leqslant \omega_q\left(\bigoplus_{n=1}^{\infty} A_n\right) \leqslant \frac{|q| + 2\sqrt{1 - |q|^2}}{|q|} \sup_{n\in\mathbb{N}} \omega_q(A_n),$$

чиме се уопштава позната формула за нумерички радијус директне суме оператора. Разматрају се и различите класе блок-операторних матрица, за које се добијају процене и експлицитне формуле за q-нумерички радијус. У раду се даље испитују особине степена оператора у односу на q-нумерички радијус. Доказује се неједнакост $|q|^{n-1}\omega_q(A^n) \leqslant \omega_q^n(A)$, као и веза са спектралним радијусом дата формулом $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\omega_q(A^n)} = r(A)$. Такође се даје критеријум инвертибилности оператора који је исказан помоћу q-нумеричког радијуса ω_q. Треба напоменути да резултати добијени у овом раду нису део докторске дисертације кандидата, што значи да се др Михаило Крстић бави и другим темама теорије оператора, у овом случају теоријом нумеричког ранга и радијуса, која је у последњим годинама у значајном развоју.

9. Mihailo Krstić, Matija Milović, Stefan Milošević, *Belonging of Gel'fand integral of positive operator valued functions to separable ideals of compact operators on Hilbert space*, Positivity, Volume 27, article number 4, (2023).

У раду се проучавају Гелфандови интеграли оператор-вредносних функција и њихова повезаност са идеалима компактних оператора на Хилбертовим просторима. Посебна пажња посвећена је условима под којима интеграл тј. оператор $\int_\Omega A_t\,d\mu(t)$ припада одређеном идеалу компактних оператора. Уводи се појам слабо* мерљивих функција $A:\Omega\to\mathcal{B}(\mathcal{H})$, при чему је Гељфандов интеграл дефинисан већ поменутом релацијом $\left\langle\int_\Omega A_t\,d\mu(t)f,g\right\rangle=\int_\Omega\langle A_tf,g\rangle\,d\mu(t)$ која важи за све векторе $f,g\in\mathcal{H}$. Аутори проучавају унитарно инваријантне норме и идеале компактних оператора, укључујући Шатенову класе $\mathcal{C}_p(\mathcal{H})$. Посебно, у раду се користе особине сингуларних вредности компактних оператора На основу тога развијају се критеријуми за припадност Гељфандовог интеграла одређеном идеалу компактних оператора. Показује се да, уколико је $A_t\geqslant 0$ за $t\in\Omega$ и $\int_\Omega A_t\,d\mu(t)\in\mathcal{C}_1(\mathcal{H})$, да тада важи еквиваленција $\int_\Omega A_t\,d\mu(t)\in\mathcal{C}_1(\mathcal{H})$ ако и само ако је $A_t\in\mathcal{C}_1(\mathcal{H})$ скоро свуда и $\int_\Omega\|A_t\|_1\,d\mu<+\infty$. Један од запаженијих резултата овог рада је тврђење које каже да из компкатности свих оператора A_t и претпоставке да за свако $\varepsilon>0$ постоји $\delta>0$ такво да из $E\in\mathfrak{M}$, $\mu(E)<\delta$ следи $\left\|\int_E A_t\,d\mu(t)\right\|<\varepsilon$ можемо закључити компактност оператора $\int_\Omega A_t\,d\mu(t)$. Добијен је и резултат који у извесном смислу представља обрат наведеног тврђења. Конструисани су примери оператор-вредносних функција код којих је сваки оператор A_t компактан, док интеграл није компактан, као и обрнути примери где интеграл јесте компактан иако оператори A_t нису компактни. Даље се проучава адитивност оператор-вредносних мера дефинисаних преко Гељфандовог интеграла. Доказује се да је под извесним условима мера $\nu(E)=\int_E A_t\,d\mu(t)$ пребројиво адитивна у норми идеала компкатних оператора. У случају Шатенове класе добија се и процена $\sum_{n=1}^{\infty}\|\nu(E_n)\|_p^p<+\infty$ за међусобно дисјунктне скупове $(E_n)_{n\in\mathbb{N}}$ из сигма алгебре $\mathfrak{M}$. У завршном делу рада дају се довољни услови за компактност оператора $\int_\Omega A_t\,d\mu(t)$ у зависности од матричних елемената $\langle Ae_j,e_i\rangle$ оператора $A\in\mathcal{B}(\mathcal{H})$ у односу на ортонормирану базу $(e_n)_{n=1}^{\infty}$ Хилбертовог простора $\mathcal{H}$.

10. Marko Kostadinov, Mihailo Krstić, Kostadin Rajković, Marko Petković, *Adaptive coefficients iterative method for computing matrix inverse*, Linear Algebra and its Applications, Volume 731, 15 February 2026, Pages 277-305

У овом раду је конструисана нова итеративна метода за израчунавање инверзне матрице A^{-1} регуларне матрице $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$. Метода је облика $X_{k+1}=X_kP_k(AX_k)$, при чему је P_k полином првог степена са променљивим коефицијентима који се динамички одређују у свакој итерацији на оптималан начин. Треба напоменути да је ово изузетан напредак у теорији итеративних метода за израчунавање инверза матрица јер су методи који су до сада били познати у литератури конструисани тако да коефицијенти у рекурентним формулама буду исти кроз цео процес израчунавања. Идеја аутора је да се коефицијенти полинома бирају тако да минимизују Фробенијусову норму резидуалне матрице $F_k=I-AX_k$, односно вредност $\|F_{k+1}\|_F$ у свакој итерацији. Тиме је добијена нова адаптивна итеративна метода означена са **OPM** (скраћеница од One Parameter Method). Итеративна формула ове методе има облик $X_{k+1}=X_k(I+(\alpha_k-1)F_k)$, где се параметар α_k бира као решење проблема минимизације $\min\limits_{\alpha_k\in\mathbb{R}}\|F_{k+1}\|_F$. У раду је изведена и експлицитна формула за оптимални параметар α_k:

$$\alpha_k=\frac{2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(f_{i,j}^{(k)}\right)^2-3\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}f_{i,j}^{(k)}g_{i,j}^{(k)}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(g_{i,j}^{(k)}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(f_{i,j}^{(k)}\right)^2-2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}f_{i,j}^{(k)}g_{i,j}^{(k)}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(g_{i,j}^{(k)}\right)^2}. \tag{3}$$

Битно је напоменути да се параметар α_k може рачунати уз временску сложеност $\mathcal{O}(n^2)$ и да формула за α_k директно зависи само од елемената матрица F_k и F_k^2 (n је димензија матрице F_k). Значајан део рада посвећен је анализи конвергенције нове методе на основу сопствених вредности матрица F_k. Доказује се да низ резидуалних матрица F_k задовољава неједнакост $\|F_{k+1}\|_F \leqslant \min\{\|F_k\|_F, \|F_k^2\|_F\}$, одакле следи да је низ норми $(\|F_k\|_F)_{k=0}^{\infty}$ опадајући. Посебно се проучава понашање сопствених вредности матрица F_k, као и услови под којима итерације конвергирају ка инверзној матрици. Даље се испитује повезаност методе **OPM** са класичном Schultz-овом и hyperpower методом. Овај метод природно уопштава Schultz-ову итерацију $X_{k+1} = X_k(2I - AX_k)$,, што се види избором $\alpha_k = 2$, док избор променљивог параметра α_k по формули (3) омогућава бржу конвергенцију и бољу стабилност код великих и лоше условљених матрица. У завршном делу рада представљени су нумерички експерименти и поређења са постојећим методама за рачунање инверзне матрице. Добијени резултати показују да метода **OPM** у великом броју примера остварује мањи број итерација и већу нумеричку стабилност у односу на Schultz-ову и Hyper-Power методу, посебно код лоше условљених матрица. Резултати рада представљају допринос области нумеричке линеарне алгебре и итеративних метода за рачунање инверзних матрица, посебно кроз увођење адаптивног избора параметара заснованог на минимизацији Фробенијусове норме резидуала.

11. Marko D. Petković, Mihailo Krstić, Kostadin P. Rajković, *Rapid generalized Schultz iterative methods for the computation of outer inverses*, Journal of Computational and Applied Mathematics, Volume 344, 2018, Pages 572-584.

У овом раду представља се општа шема за конструкцију нових ефикасних генерализованих Schultz-ових итеративних метода за израчунавање инверзне матрице и различитих генерализованих инверза матрица. Разматрају се итеративне методе облика $X_{k+1} = X_k p(AX_k)$, где је $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ дата матрица а p полином. Поступак конструкције је општи и може се применити на произвољан број матричних множења по итерацији, означен са θ. Конструисане су нове методе за $\theta = 6$ матричних множења по итерацији, које имају највећи индекс рачунарске ефикасности међу свим до сада познатим методама. Уведене итеративне методе упоређене су са неколико постојећих метода кроз низ нумеричких експеримената. Такође, анализирана је нумеричка стабилност као и утицај грешака заокруживања за произвољну генерализовану Schultz-ову итеративну методу, при чему су добијени резултати применљиви на све разматране нове и постојеће итеративне методе.

12. Ashim Kumar, Predrag S. Stanimirović, Fazlollah Soleymani, Mihailo Krstić, Kostadin Rajković, *Factorizations of hyperpower family of iterative methods via least squares approach*, Computational and Applied Mathematics, Volume 37, 3226–3240, (2018).

У овом раду се разматра факторизација hyperpower фамилије итеративних метода за израчунавање генерализованих инверза. Разматра се класа итеративних метода које имају облик

$$V_{k+1} = V_k\left(\prod_{i=1}^{r}\left(a_{0i} + a_{1i}R_k + a_{2i}R_k^2 + \left(R_k^2 + \frac{R_k}{r}\right)R_k^2\right) + b_0 I + b_1 R_k + b_2 R_k^2\right),$$

при чему је $R_k = I - AV_k$ и где су коефицијенти a_{0i}, a_{1i}, a_{2i}, $i \in \{1, \ldots, r\}$ као и b_0, b_1, b_2, непознати и одређују се из услова

$$\prod_{i=1}^{r}\left(a_{0i} + a_{1i}R_k + a_{2i}R_k^2 + \left(R_k^2 + \frac{R_k}{r}\right)R_k^2\right) + b_0 I + b_1 R_k + b_2 R_k^2 = \sum_{i=0}^{4r} R_k^i.$$

За свако фиксирано $r \in \mathbb{N}$ добија се итеративна метода реда $4r + 1$ која захтева $3 + r$ матричних множења по итерацији. Метода је заснована на нумеричкој оптимизацији проблема најмањих квадрата у циљу добијања највећег индекса рачунарске ефикасности. Проучавана је рачунарска сложеност а такође је и доказана конвергенција конструисане методе. У раду су приказани бројни нумерички експерименти.

4. Закључак и предлог

Кандидат др Михаило Крстић испуњава све научне и стручне критеријуме за избор у звање доцента за ужу научну област Математичка анализа. Кандидат је до сада објавио 12 научних радова на SCI листи, 9 радова из уже научне области за коју се бира тј. из области Математичке анализе, од којих је један рад самостални (4 рада категорије M21, 4 рада категорије M22 и 1 рад категорије M23). Преостала 3 рада кандидата су из области Линеарне алгебре (2 рада су категорије M21 док је 1 рад категорије M22).

Имајући у виду све изложене податке комисија са задовољством предлаже Изборном већу Математичког факултета у Београду да подржи избор др Михаила Крстића у звање доцента са пуним радним временом и утврди предлог Већу научних области Природно–математичких наука Универзитета у Београду да се др Михаило Крстић изабере у наведено звање.

У Београду, 12. мај 2026.

Чланови комисије:

Милош Арсеновић

др Милош Арсеновић, редовни професор
Математички факултет, Универзитет у Београду

др Стефан Милошевић, доцент
Математички факултет, Универзитет у Беораду

др Хранислав Станковић, доцент
Електронски факултет, Универзитет у Нишу