

Универзитет у Београду - Математички факултет Изборном већу

На 135. седници Изборног већа Математичког факултета Универзитета у Београду одржаој 3. јула 2026. године, именовани смо за чланове Комисије за писање извештаја о кандидатима пријављеним на конкурс за избор у звање и на радно место **доцента** за ужу научну област Алгебра и математичка логика, на одређено време од 60 месеци са пуним радним временом. Конкурс је објављен 22. јула 2026. године у публикацији Националне службе за запошљавање „Послови”, број 1206 – 1207.

С тим у вези Изборном већу Математичког факултета подносимо следећи

Извештај

На наведени курс пријавио се један кандидат, др Илија Врећница. У наставку наводимо релевантне податке о кандидату.

Биографски подаци и наставна делатност

Кандидат Илија Врећница, рођен је 26. октобра 1990. у Београду. Завршио је Математичку гимназију 2010. године, основне студије на Математичком факултету у Београду 2014. године са просечном оценом 9,80, и одбранио је мастер рад октобра 2015. године под насловом „Аритметичка статистика кубичних и кватерних бинарних форми”. Докторску дисертацију под насловом „Статистика Селмерових група у фамилији елиптичких кривих придружених конгруентним бројевима” одбранио је 2023. године.

Од јануара 2015. године је био запослен као сарадник у настави, од септембра 2016. до 2023. као асистент Математичког факултета у Београду, а од маја 2023. као асистент са докторатом. До сада је држао вежбе из Линеарне алгебре, Линеарне алгебре и аналитичке геометрије, Елементарне теорије бројева, Увода у теорију бројева и комбинаторику, Алгебре 1, Алгебре 2, Теорије бројева 1, Дискретне математике и Методологије истраживања у настави математике. На студентским евалуацијама добио је следеће просечне оцене: 4,25 (21/22), 4,32 (22/23), 4,41 (23/24), 4,38 (24/25), 4,13 (25/26).

Приступно предавање са темом „Коначне p -групе” одржао је 2. септембра 2026. године и добио оцену 5.

Образовање

- | | |
|--------------|--|
| 2010 - 2014. | Основне студије на смеру Теоријска математика и примене, Математички факултет, Универзитет у Београду (просечна оцена 9,80) |
| 2015. | Мастер теза „Аритметичка статистика кубичних и кватерних бинарних форми”, ментор: проф. др Горан Ђанковић |
| 2023. | Докторска дисертација „Статистика Селмерових група у фамилији елиптичких кривих придружених конгруентним бројевима”, ментор: проф. др Горан Ђанковић |

Избори у звања

2015. Сарадник у настави на Математичком факултету у Београду
2016-2023. Асистент на Математичком факултету у Београду (реизбор 2019.)
2023-2026. Асистент са докторатом на Математичком факултету у Београду (реизбор 2026.)

Објављени радови

1. G. Đanković, D. Đokić, N. Lelas, I. Vrećica, *On some hybrid power moments of products of generalized quadratic Gauss sums and Kloosterman sums*, Lithuanian Mathematical Journal, Vol. 58, No. 1 (2018), pp. 1-14, ISSN: 0363-1672, DOI: 10.1007/s10986-018-9383-6 (SCI Mathematics, **M23**, IF(2017) 0.487)
2. D. Đokić, N. Lelas, I. Vrećica, *Large values of Dirichlet L-functions over function fields*, International Journal of Number Theory, Vol. 16, No. 5 (2020), pp. 1081-1109, ISSN: 1793-0421, DOI: 10.1142/S1793042120500566 (SCI Mathematics, **M22**, IF(2019) 0.606)
3. I. Vrećica, *Joint distribution for the Selmer ranks of the congruent number curves*, Czechoslovak Mathematical Journal, Vol 70, No. 1 (2020), pp. 105-119, ISSN: 1572-9141, DOI: 10.21136/CMJ.2019.0171-18 (SCI Mathematics, **M23**, IF(2019) 0.412)
4. I. Vrećica, *A note on the size of iterated sumsets in $\mathbb{Z}^d$* , International Journal of Number Theory, Vol. 20, No. 03, pp. 691-699 (2024), ISSN: 1793-0421, DOI: 10.1142/S1793042124500349 (SCI Mathematics, **M22**, IF(2023) 0.5)
5. G. Đanković, D. Đokić, N. Lelas, I. Vrećica, *The integrated fourth moment of Dirichlet L-functions over rational function fields*, Journal of Number Theory, Volume 218, January 2021, Pages 334-369, ISSN 0022-314X, DOI: 10.1016/j.jnt.2020.07.001 (SCI Mathematics, **M22**, IF(2020) 0.720)
Corrigendum to "The integrated fourth moment of Dirichlet L-functions over rational function fields" [J. Number Theory 218 (2021) 334-369], Journal of Number Theory, Volume 253, December 2023, Pages 109-113, DOI: 10.1016/j.jnt.2023.06.016
6. I. Vrećica, *A Brief Introduction to hypergraph expanders and the coboundary expansion of Λ_n^3* , Teaching of Mathematics, Vol. 29, No. 1, pp. 42-56, (2026), ISSN 1451-4966, DOI: 10.57016/TM-TXJC3699 (ESCI Education, Scientific Disciplines, **M23**, IF(2024) 0.3)

Кратак приказ радова

1. У раду [1] су проучавање суме производа уопштених квадратних Гаусових сума $G(m, \chi; q) = \sum_{a \pmod q} \chi(a) e\left(\frac{ma^2}{q}\right)$ и уопштених Клустерманових сума $S(m, n, \chi; q) = \sum_{a \pmod q}^* \chi(a) e\left(\frac{ma+n\bar{a}}{q}\right)$, где су m, n и $q \geq 2$ цели бројеви, χ Дирихлеов карактер модула q , $e(y) := e^{2\pi i y}$, $\sum_{a \pmod q}^*$ је сума по свим остацима a модуло q за које је

$(a, q) = 1$ и $\bar{a}$ је мултипликативни инверз a модуло q . Клустерманове суме су експоненцијалне суме од великог значаја у аналитичкој теорији бројева и теорији аутоморфних форми. Израчунати су хибридни степени моменти уопштених квадратних Гаусових сума отежаних степенима Клустерманових сума, као и са производима степена Клустерманових сума и степена вредности Дирихлеове L -функције у 1. Добијено је неколико резултата, од којих су неки асимптотски, а неки тачни. Неки од резултата су:

Теорема 1. Нека је $p > 2$ прост број, и нека је n цео број узајамно прост са p . За $p \equiv 1 \pmod{4}$ важи

$$\sum_{\chi \pmod{p}} \sum_{m \pmod{p}} |G(m, \chi^2; p)|^2 |S(m, n, \chi; p)|^2 = p(p-1) \left(2p^2 - 5p - 2 \left(\frac{n}{p} \right) \sqrt{p} + 5 \right),$$

док за $p \equiv 3 \pmod{4}$ важи

$$\sum_{\chi \pmod{p}} \sum_{m \pmod{p}} |G(m, \chi^2; p)|^2 |S(m, n, \chi; p)|^2 = p(p-1) (2p^2 - 5p + 5).$$

Теорема 2. Нека је $p > 2$ прост број, $\alpha \geq 2$ цео број и n цео број узајамно прост са p . Тада за сваки паран примитиван карактер ψ модуло p^α и сваки примитиван карактер χ модуло p^α важи

$$\sum_{m \pmod{p^\alpha}}^* |G(m, \psi; p^\alpha)|^2 |S(m, n, \chi; p^\alpha)|^2 = 2p^{3\alpha-1}(p-2).$$

Теорема 3. Нека је $p \equiv 3 \pmod{4}$ прост број, k природан број, n цео број узајамно прост са p и $\varepsilon > 0$ реалан број. Тада је

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{\chi \pmod{p} \\ \chi \neq \chi_0}} \sum_{m \pmod{p}} |G(m, \chi^2; p)|^2 |S(m, n, \chi; p)|^2 |L(1, \chi)|^{2k} \\ &= 2\zeta^{2k-1}(2) \frac{(p-1)^{2k}(p+1)^{2k-1}(p-2)}{p^{4k-4}} \prod_{\substack{q \text{ просто} \\ q \neq p}} \left(1 - \frac{\binom{2k-2}{k-1}}{p^2} \right) + O(p^{3+\varepsilon}) \end{aligned}$$

када $p \rightarrow \infty$.

- У раду [2] испитује се постојање великих вредности за $|L(s, \chi)|$, када χ пролази кроз не-главне Дирихлеове карактере асоциране простим полиномима Q над коначним пољем $\mathbb{F}_q$, када аргумент $s \in (1/2, 1]$ тј. припада критичној траци, и степен полинома Q тежи бесконачности. За $s = 1$ добија се постојање Дирихлевих карактера за које је специјална вредност $|L(1, \chi)|$ велика, као и доње ограничење броја таквих карактера када степен Q тежи бесконачности. Вредност

Дирихлеове L -функције у тачки 1 је преко аптога *Дирихлеове формуле класног броја* директно повезана са централним аритметичким инваријантима одговарајућег функцијског поља. У доказу је метод резонанце прилагођен на функцијских поља. Прецизације, добијају се следећа два резултата:

Теорема 4. Нека је $\varepsilon > 0$ реалан број. За све просте полиноме $Q \in \mathbb{F}_q[t]$ довољно великог степена постоји не-главни карактер χ модуло Q такав да је

$$|L(1, \chi)| \geq e^\gamma (\log(\deg Q) + \log(\log(\deg Q)) - C - \varepsilon),$$

где су γ Ојлерова константа, а $C = \frac{3q-1}{2(q-1)} - \log(q-1) + \log(\log 4)$.

Теорема 5. Нека је $\varepsilon > 0$. За прост полином Q , нека је $\Phi(\varepsilon)$ број не-главних карактера модуло Q таквих да је $|L(1, \chi)| > e^\gamma (\log(\deg Q) + \log(\log(\deg Q)) - C - \varepsilon)$. Тада, када степен Q тежи бесконачности, имамо да је

$$\Phi(\varepsilon) \geq q^{\deg Q(1-q^{-\varepsilon}+o(1))}.$$

На крају је доказано да постоји паран, Дирихлеов карактер χ за прост модул Q довољно великог степена за који је централна (у центру критичне траке) вредност $|L(1/2, \chi)|$ велика. У овом случају су примењене метода резонанце, као и адаптација оцена сума Галовог типа.

- У раду [3] је нађена дистрибуција парова $(\dim_{\mathbb{F}_2} \text{Sel}^\Phi(E_n/\mathbb{Q}), \dim_{\mathbb{F}_2} \text{Sel}^{\hat{\Phi}}(E'_n/\mathbb{Q}))$ над бесквадратним целим бројевима n , где је E_n крива у фамилији кривих конгруентних бројева, E'_n је слика изогеније $\Phi: E_n \rightarrow E'_n$, $\Phi(x, y) = (y^2/x^2, y(n^2-x^2)/x^2)$, и $\hat{\Phi}$ је изогенијски дуал од Φ . За то је употребљено представљање елемената Селмерове групе као парних партиција одређених графова. Број парних партиција таквих графова се може изразити помоћу ранга Лапласове матрице тог графа.
- Збир-скупови и производ скупови су централни објекти *адитивне комбинаторике* која има многобројне примене у теорији бројева и хармонијској анализи. У раду [4] је нађен број елемената скупа h -тоструких збир-скупова $hA = \{a_1 + \dots + a_h : a_1, \dots, a_h \in A\}$, када $A \subset \mathbb{Z}^d$ има $d+2$ елемената таквих да никојих $d+1$ не лежи у једној хиперравни. Наиме, добијен је следећи резултат:

Теорема 6. Нека је $A \subset \mathbb{Z}^d$ скуп од $d+2$ елемената, међу којима нема $d+1$ елемената који разавињу хиперраван. Тада је

$$|hA| = \begin{cases} \binom{h+d+1}{d+1}, & 1 \leq h < \text{vol}(\Delta_A)d!/D \\ \binom{h+d+1}{d+1} - \binom{h-\text{vol}(\Delta_A)d!/D+d+1}{d+1}, & h \geq \text{vol}(\Delta_A)d!/D, \end{cases}$$

где су $\text{vol}(\Delta_A)$ запремина конвексног омотача скупа A , а D је највећи заједнички делилац одговарајућих детерминанти.

Такође је нађено горње ограничење за број елемената hA када $A \subset \mathbb{Z}^d$ има $d+3$ елемената.

5. У раду [5] се рачуна асимптотска формула за четврти момент фамилије Дирихлеових L -функција на рационалном функцијском пољу, придружених Дирихлеовим карактерима по простом модулу Q , када степен модула Q тежи у бесконачност.
6. У раду [6] се најпре даје преглед теорије експандера - фамилија графова са посебно робустним својствима повезаности. Даје се преглед њихових конструкција алгебарским методама. Затим се даје преглед вишедимензионог уопштења и одговарајућег концепта експанзије за симплицијалне комплексе, као и преглед неких отворених питања у овој области. На крају је нађена константа експанзије $\eta_1(\Lambda_n^3)$ за комплетан мултипартитипи комплекс Λ_n^3 .

Конференције са саопштењем

1. „The fourth moment and large values of Dirichlet L -functions over rational function fields” на Десетом симпозијуму „Математика и примене”, Београд, 2019.
2. „An introduction to sumsets” на Тринаестом симпозијуму „Математика и примене”, Београд, 2023.

Конференције без саопштења

1. Hausdorff Summer School: *L-functions, Open problems and current methods*, Hausdorff Center for Mathematics, University of Bonn, Germany, 2018
2. Hausdorff Summer School: *The Circle method: Entering its Second Century*, Hausdorff Center for Mathematics, University of Bonn, Germany, 2021
3. Hausdorff Summer School: *Polynomial methods*, Hausdorff Center for Mathematics, University of Bonn, Germany, 2021
4. Building Bridges 5th EU/US Summer School and Workshop on Automorphic Forms and Related Topics (BB5), University of Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 2022

Учешће на пројектима

Кандидат је био члан пројекта 174034.

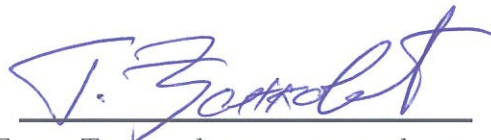
Закључак и предлог комисије

Увидом у документацију коју је приложио кандидат др Илија Врећица комисија је утврдила да испуњава научне и стручне критеријуме за избор у звање доцента за ужу научну област Алгебра и математичка логика. Кандидат има објављених шест научних радова, од којих су пет у часописима са SCI листе (три категорије M22 и два категорије M23), као и један рад у часопису са ESCI листе за област Образовање. Учествовао је са саопштењем на две конференције. Током досадашњег рада на Математичком факултету држао је вежбе из 9 предмета и на евалуацијама студената је добио просечну оцелу 4.30 за претходни изборни период.

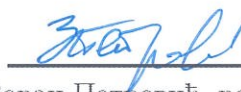
На основу свега наведеног комисија предлаже Изборном већу Математичког факултета да изабере **др Илију Врећицу** у звање и на радно место доцента за ужу научну област *Алгебра и математичка логика* на одређено време од 60 месеци са пуним радним временом.

У Београду,
2. 9. 2026.

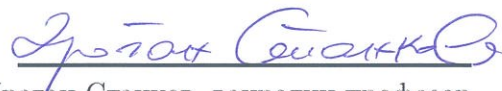
Чланови комисије



проф. др Горан Банковић, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет



проф. др Зоран Петровић, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет



проф. др Драган Станков, ванредни професор
Универзитет у Београду, Рударско-геолошки факултет