

Наставно-научном већу
Математичког факултета
Универзитета у Београду

Одлуком Наставно-научног већа Математичког факултета Универзитета у Београду, донетој на седници одржаној 6. јуна 2025. године, именовани смо за чланове Комисије за оцену докторске дисертације

Хиперповрши близу Келерове сфере S^6

кандидата Ђорђа Кочића. Ментор дисертације је проф. др Мирослава Антић, редовни професор Математичког факултета. Комисија је прегледала приложени текст и подноси Већу следећи

ИЗВЕШТАЈ

1 Биографија кандидата

Лични подаци

Име и презиме: Ђорђе (Зоран) Кочић
Место и датум рођења: Београд, 6.12.1994.
Звање: мастер математичар
Електронска адреса: djordje.kocic@matf.bg.ac.rs

Образовање

Ђорђе Кочић је завршио основну школу и гимназију у Власотинцу као носилац Вукове дипломе. Основне академске студије на Математичком факултету Универзитета у Београду, смер Теоријска математика и примене, уписао је 2013. године и дипломирао 2017. године са просечном оценом 9.02. Мастер академске студије, модул Теоријска математика и примене, на истом факултету уписао је 2017. године и положио све испите са просечном оценом 10. Мастер рад под називом „Хопфове хиперповрши близу Келерове сфере S^6 ” одбранио је 2018. године под менторством проф. др Мирославе Антић.

Докторске студије на Катедри за геометрију Математичког факултета Универзитета у Београду уписао је школске 2018/19 године. Положио је све испите на докторским студијама: Риманова геометрија А и Б. Групе у геометрији А и Б. Теорија подмногострукости, Комплексне многострукости, Динамика система тела и Специјални курс - Хиперповрши сфере S^6 .

Радно искуство

Ђорђе Кочић је од 2017. до 2019. године био запослен на Математичком факултету Универзитета у Београду као сарадник у настави за ужу научну област Геометрија, а затим од 2019. године до данас као асистент за ужу научну област Геометрија. Држао

је вежбе на курсевима Аналитичка геометрија (Геометрија 1), Линеарна алгебра и аналитичка геометрија. Одабрана поглавља геометрије А и Методика наставе математике Ц на основним академским студијама Математичког факултета. Математика 1 на основним академским студијама Факултета за физичку хемију, као и курс Биоматематика за студенте Биолошког факултета.

Учешће на конференцијама и пројектима

Ђорђе Кочић имао је саопштења на следећим међународним конференцијама:

- XXI Geometrical Seminar. Београд 2022
Назив саопштења: Real hypersurfaces in $S^6(1)$ equipped with structure Jacobi operator satisfying $\mathcal{L}_X l = \nabla_X l$
- The International Conference Riemannian Geometry and Applications - RIGA, Букурешт 2023, онлајн
Назив саопштења: Real hypersurfaces in $S^6(1)$ with a condition on the structure Jacobi operator
- XXII Geometrical Seminar, Врњачка Бања 2024
Назив саопштења: The Shape Operator of Real Hypersurfaces in $S^6(1)$

Био је члан Организационог одбора међународне конференције XXI Geometrical seminar одржане у Београду 2022. године. Учествовао је без саопштења на међународним конференцијама XX Geometrical seminar (Врњачка Бања, 2018) и 14th International Conference on Automated Deduction in Geometry (Београд, 2023).

Био је члан пројекта Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије „Геометрија, образовање и визуелизација са применама” број 174012 од 2018. године.

2 Библиографија кандидата

[1] М. Antić, Dj. Kocić, *Hypersurfaces of the sphere $S^6(1)$ with four-dimensional nullity distribution*. Journal of Geometry and Physics, **2025**, 213. no. 105493, (M21a, IF2(2023) 1.6)

[2] Dj. Kocić, M. Antić. *The Shape Operator of Real Hypersurfaces in $S^6(1)$* , Mathematics, **2024**, 12(11), art.1668. (M21a+, IF2(2023) 2.3)

[3] Dj. Kocić, *Hopf real hypersurfaces in $S^6(1)$ whose structure Jacobi operator is of Codazzi type*, Facta Universitatis, Series: Mathematics and Informatics, **2024**, 39(5), 937-942 (M22, IF2(2023) 0.5)

[4] Dj. Kocić, *Real hypersurfaces in $S^6(1)$ equipped with structure Jacobi operator satisfying $\mathcal{L}_X l = \nabla_X l$* . Filomat, **2023**, 37(25), 8435-8440 (M22, IF2(2023) 0.8)

[5] М. Antić, Dj. Kocić, *Non-Existence of Real Hypersurfaces with Parallel Structure Jacobi Operator in $S^6(1)$* , Mathematics, **2022**, 10 (13), art. 2271 (M21a+, IF2(2022) 2.4)

[6] M. Antić, Dj. Kocić, *Three-dimensional CR submanifolds in $S^6(1)$ with umbilical direction normal to $\mathcal{D}_3$* , International Electronic Journal of Geometry, **2021**, 14(1), 125–131 (M23. JCI(2021) 0.41)

3 Предмет и циљ дисертације

Предмет дисертације су хиперповрши близу Келерове сфере S^6 . Близу Келерова многострукост је скоро ермитска многострукост $(M, g, \tilde{\nabla}, J)$, са скоро комплексном структуром J која је компатибилна са метриком g и Леви-Чивита конексијом $\tilde{\nabla}$, таквом да је тензор $G(X, Y) = (\tilde{\nabla}_X J)Y$ косо-симетричан. То представља ослабљен услов у односу на услов из дефиниције Келерових многострукости које имају паралелну скоро комплексну структуру, тј. важи $\tilde{\nabla} J = 0$. Случај шестодимензионих близу Келерових многострукости је од посебног значаја, јер је доказано да је свака комплетна, просто повезана близу Келерова многострукост производ многострукости три различита типа, од којих је један шестодимензиона близу Келерова многострукост. Познато је да постоје тачно четири хомогене, шестодимензионе, строго близу Келерове многострукости: сфера S^6 , производ сфера $S^3 \times S^3$, комплексни пројективни простор CP^3 и застава многострукост $F^3 = SU(3)/U(1) \times U(1)$, при чему се метрика на последње три многострукости разликује од стандардне метрике. Сфера S^6 је хомогени простор добијен као $G_2/SU(3)$, где је G_2 компактна Лијева група свих аутоморфизама Кејлијевих бројева $\mathbb{O}$.

Ако је M хиперповрш скоро ермитске многострукости са јединичним нормалним векторским пољем N , тангентно векторско поље $\xi = -JN$ је карактеристично или Хопфово векторско поље. Оператор облика A реалне хиперповрши M у S^6 задовољава услов $g(AX, Y) = g(h(X, Y), N)$, за свако X, Y тангентно на M , где је h друга фундаментална форма на M и g метрика на S^6 индукована стандардном метриком $\langle, \rangle$ простора $\mathbb{R}^7$. Хиперповрш M је Хопфова, ако векторско поље ξ задовољава услов $A\xi = \alpha\xi$, за неку диференцијабилну функцију α . За Хопфове хиперповрши сфере S^6 , функција α је константна. Позната је и класификација Хопфових хиперповрши сфере S^6 . Такве хиперповрши су делови геодезијских хиперсфера или туба око скоро комплексних кривих у S^6 .

Јакобијев оператор у односу на тангентно векторско поље X Риманове многострукости M са тензором кривине R је дефинисан са $R_X(Y) = R(Y, X)X$ и инспирисан је на природан начин познатом диференцијалном једначином Јакобијевих поља дуж геодезијских кривих. Јакобијев оператор у односу на ξ се зове структурни Јакобијев оператор.

Дисертација има више циљева и то су: испитивање егзистенције хиперповрши близу Келерове сфере S^6 чији структурни Јакобијев оператор и оператор облика задовољавају различите услове паралелности, класификација хиперповрши S^6 са Липаралелним оператором облика, класификација хиперповрши код којих се коваријантни извод оператора облика у правцу Хопфовог векторског поља поклапа са Лијевијевим изводом у истом правцу и испитивање егзистенције и класификација хиперповрши S^6

са четвородимензионом нул-дистрибуцијом.

4 Приказ дисертације

Докторска дисертација има 76 страница текста и састоји се из увода, пет глава и списка литературе са 57 библиографских јединица.

У уводу је описан почетак изучавања близу Келерових многострукости и скоро комплексне структуре на сфери S^6 , дата је веза између сфере S^6 и октониона и основне карактеристике скоро комплексне подмногострукости сфере S^6 .

У првој глави је дат преглед основних појмова из диференцијалне геометрије који су неопходни за разумевање теме дисертације и добијених резултата.

Друга глава је посвећена близу Келеровој сфери S^6 . Најпре је помоћу октониона конструисана скоро комплексна структура на S^6 и показано је да је она близу Келерова. Затим су дате основне информације о подмногострукостима сфере S^6 , са посебним акцентом на хиперповршима и класификацији Хопфових хиперповрши. На крају главе описан је покретни репер који је у трећој и четвртој глави примењен при истраживању хиперповрши сфере S^6 , а дате су и одговарајуће релације између коефицијената које су добијене у референци [5].

Оригиначне резултате дисертације садрже део друге, трећа, четврта и пета глава.

У трећој глави разматране су реалне хиперповрши M сфере S^6 са паралелним структурним Јакобијевим оператором, тј. структурним Јакобијевим оператором који задовољава услов $\nabla_X l = 0$, за свако векторско поље X тангентно на M , њихове особине и питање егзистенције. Затим је посматран слобији услов и проучаване су особине хиперповрши сфере S^6 код којих се коваријантни извод структурног Јакобијевог оператора поклапа са Лијевим изводом у правцу тангентних векторских поља на M , тј. код којих је $\mathcal{L}_X l = \nabla_X l$. На крају главе испитане су особине и егзистенција Хопфових хиперповрши са структурним Јакобијевим оператором Кодацијевог типа.

У оквиру четврте главе анализиране су хиперповрши S^6 са Ли-паралелним оператором облика у циљу добијања њихове класификације, а затим су класификоване хиперповрши код којих се коваријантни извод оператора облика у правцу Хопфовог векторског поља поклапа са Лијевим изводом у истом правцу.

Пета глава је посвећена хиперповршима са нул-дистрибуцијом задате димензије. С обзиром да тотално геодезијске сфере S^5 тривијално имају петодимензиону нул-дистрибуцију, поставља се питање које хиперповрши имају четвородимензиону нул-дистрибуцију и да ли оне постоје. У овој глави класификоване су такве хиперповрши и представљена је њихова конструкција у терминима сферне криве и векторског поља дуж те криве.

5 Закључак и предлог комисије

Предмет докторске дисертације „Хиперповрши близу Келерове сфере S^6 ” кандидата Ђорђа Кошћћа припада актуелној области подмногострукости близу Келерових

многострукости. Кандидат је до сада објавио пет научних радова из области дисертације - два самостална и три коауторска рада. Кандидат је такође публиковао један научни рад изван области дисертације.

Докторска дисертација је урађена према одобреној пријави, садржи нетривијалне резултате и представља оригинално научно дело, те констатујемо да су се стекли услови за њену јавну одбрану.

Због свега наведеног, са задовољством предлагемо Наставно-научном већу Математичког факултета да прихвати приложени текст „Хиперповрши близу Келерове сфере S^{6n} “ кандидата Ђорђа Коцића као докторску дисертацију и одреди Комисију за њену јавну одбрану.

У Београду,

25.08.2025. године

Чланови Комисије

проф. др Зоран Ракић
редовни професор
Математички факултет
Универзитет у Београду
председник комисије

проф. др Владана Андрејић
ванредни професор
Математички факултет
Универзитет у Београду

проф. др Емилија Нешовић
редовни професор
Природно-математички факултет
Универзитет у Крагујевцу