

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ЗА УПИС НА МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Београд, 01.09.2026.

Време за рад је 180 минута.

Шифра задатка: 3515380

1. Вредност израза $\frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ припада скупу:
 А) $[0, \frac{1}{\sqrt{3}})$ В) $[\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ С) $[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$ Д) $[\frac{1}{2}, 1)$ Е) $[1, \infty)$ Н) не знам
2. Ако је $x \in \mathbb{R}$ решење једначине $x^6 - 4x^3 + 1 = 0$, онда је вредност израза $x^9 + \frac{1}{x^9}$ једнака:
 А) 32 В) 52 С) 64 Д) не постоји такво x Е) није једнозначно одређена Н) не знам
3. Након 3 сата, Биљана предаје Бојани плетење шала, којој је потребно 16 сати да доврши његову израду. Да је то урадила након 9 сати, Бојани би требало 8 сати да доврши његову израду. Колико сати је потребно Бојани да сама исплете шал?
 А) 18 В) 20 С) 24 Д) 30 Е) 36 Н) не знам
4. Реалних решења система једначина $x^2 + y^2 = 2 - 2x$, $3y^2 - 2x^2 = 4x + 11$, има:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 3 Е) више од 3 Н) не знам
5. Ако су $a \neq b$ решења једначине $x^2 + 2x + 4 = 0$, онда је вредност израза $\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$ једнака:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 4 Е) није дефинисана Н) не знам
6. Целобројних решења неједначине $\sqrt{2x-5} > x-2$ има:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 5 Е) бесконачно Н) не знам
7. Збир реалних решења једначине $2^{x+3} = 4x + 15$ припада интервалу:
 А) $(-\infty, 1)$ В) $[1, 2]$ С) $(2, 3)$ Д) $[3, 4]$ Е) $(4, \infty)$ Н) не знам
8. Целобројних решења неједначине $\log_2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left(x - \frac{1}{2}\right) > 1$ има:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 4 Е) бесконачно Н) не знам
9. Нека је $AB = 5$, $BC = 4$, $CA = 3$, а p права паралелна са CA , која садржи центар уписаног круга $\triangle ABC$. Ако су D и E тачке у којима p сече AB и BC , редом, а k однос обима $\triangle DBE$ и $\triangle ABC$, онда је:
 А) $0 < k \leq \frac{1}{5}$ В) $\frac{1}{5} < k \leq \frac{2}{5}$ С) $\frac{2}{5} < k \leq \frac{3}{5}$ Д) $\frac{3}{5} < k \leq \frac{4}{5}$ Е) $\frac{4}{5} < k < 1$ Н) не знам
10. Број решења једначине $\operatorname{tg} x = \frac{1 - \cos x}{1 - \sin x}$ на $[0, 2\pi)$ је:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 3 Е) већи од 3 Н) не знам

11. Странице троугла, дужина 8 и 17, заклапају туп угао. Ако је површина тог троугла $48\sqrt{2}$, дужина његове треће странице припада интервалу:

- A) $(9, 15]$ B) $(15, 18]$ C) $(18, 20]$ D) $(20, 22]$ E) $(22, 25]$ N) не знам

12. Угао између две изводнице праве кружне купе је 60° . Ако оне деле омотач купе на делове чији је однос површина $2:1$, онда је однос између висине и полупречника основе те купе:

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2 N) не знам

13. Ако је B симетрична тачки $A(-5, 13)$ у односу на праву $2x - 3y - 3 = 0$, а r растојање B од координатног почетка, онда је:

- A) $r \in [0, 5)$ B) $r \in [5, 9)$ C) $r \in [9, 12)$ D) $r \in [12, 15)$ E) $r \in [15, \infty)$ N) не знам

14. Ако је збир прва три члана опадајућег аритметичког низа -12 , а производ 80, онда је први члан тог низа:

- A) -16 B) -10 C) -8 D) -2 E) 2 N) не знам

15. Нека је A скуп свих бројева чији је декадни запис облика $\overline{3x27y}$, за неке $x, y \in \{0, 1, \dots, 9\}$. Број елемената скупа A који су дељиви са 33 је:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) већи од 3 N) не знам

16. Ако је z комплексан број, тако да је $\bar{z} + |z| = 1 - 3i$, онда је $|z|$ једнако:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5 N) не знам

17. Ако реални полином $p(x)$ даје остатак $x + 1$ при дељењу са $(x - 1)^2$, а остатак -2 при дељењу са $x + 1$, онда је остатак при његовом дељењу са $x^2 - 1$ једнак:

- A) $-2x$ B) $2x$ C) $x + 1$ D) 2 E) $-x^2 + 2x + 1$ N) не знам

18. Ако је $f_1(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$, $f_2(x) = \frac{\sqrt{(x^2+1)^2}}{x^2+1}$, $f_3(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3}}{x}$, онда је:

- A) $f_1 = f_2 = f_3$ B) $f_1 = f_2 \neq f_3$ C) $f_1 = f_3 \neq f_2$ D) $f_1 \neq f_2 = f_3$ E) $f_1 \neq f_2 \neq f_3 \neq f_1$ N) не знам

19. Из групе која се састоји од 7 девојчица и 4 дечака треба изабрати комисију, која се састоји од 3 девојчице и 2 дечака. Ако је b број начина на који се тај избор може извршити, онда је:

- A) $0 \leq b < 100$ B) $100 \leq b < 200$ C) $200 \leq b < 300$ D) $300 \leq b < 400$ E) $b \geq 400$ N) не знам

20. Целобројних чланова у развоју степена бинома $(\sqrt[3]{2} + \sqrt{3})^{13}$ има:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) више од 3 N) не знам

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ ЗА УПИС НА МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Београд, 01.09.2026.

Време за рад је 180 минута.

Шифра задатка: 3803515

1. Целобројних решења неједначине $\sqrt{2x-5} > x-2$ има:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 5 Е) бесконачно Н) не знам
2. Збир реалних решења једначине $2^{x+3} = 4^x + 15$ припада интервалу:
 А) $(-\infty, 1)$ В) $[1, 2]$ С) $(2, 3)$ Д) $[3, 4]$ Е) $(4, \infty)$ Н) не знам
3. Целобројних решења неједначине $\log_2 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \left(x - \frac{1}{2}\right) > 1$ има:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 4 Е) бесконачно Н) не знам
4. Нека је $AB = 5$, $BC = 4$, $CA = 3$, а p права паралелна са CA , која садржи центар уписаног круга $\triangle ABC$. Ако су D и E тачке у којима p сече AB и BC , редом, а k однос обима $\triangle DBE$ и $\triangle ABC$, онда је:
 А) $0 < k \leq \frac{1}{5}$ В) $\frac{1}{5} < k \leq \frac{2}{5}$ С) $\frac{2}{5} < k \leq \frac{3}{5}$ Д) $\frac{3}{5} < k \leq \frac{4}{5}$ Е) $\frac{4}{5} < k < 1$ Н) не знам
5. Број решења једначине $\operatorname{tg} x = \frac{1 - \cos x}{1 - \sin x}$ на $[0, 2\pi)$ је:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 3 Е) већи од 3 Н) не знам
6. Вредност израза $\frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ припада скупу:
 А) $[0, \frac{1}{\sqrt{3}})$ В) $[\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ С) $[\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2})$ Д) $[\frac{1}{2}, 1)$ Е) $[1, \infty)$ Н) не знам
7. Ако је $x \in \mathbb{R}$ решење једначине $x^6 - 4x^3 + 1 = 0$, онда је вредност израза $x^9 + \frac{1}{x^9}$ једнака:
 А) 32 В) 52 С) 64 Д) не постоји такво x Е) није једнозначно одређена Н) не знам
8. Након 3 сата, Биљана предаје Бојани плетење шала, којој је потребно 16 сати да доврши његову израду. Да је то урадила након 9 сати, Бојани би требало 8 сати да доврши његову израду. Колико сати је потребно Бојани да сама исплете шал?
 А) 18 В) 20 С) 24 Д) 30 Е) 36 Н) не знам
9. Реалних решења система једначина $x^2 + y^2 = 2 - 2x$, $3y^2 - 2x^2 = 4x + 11$, има:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 3 Е) више од 3 Н) не знам
10. Ако су $a \neq b$ решења једначине $x^2 + 2x + 4 = 0$, онда је вредност израза $\frac{a^3 - b^3}{a^2 - b^2}$ једнака:
 А) 0 В) 1 С) 2 Д) 4 Е) није дефинисана Н) не знам

11. Ако је z комплексан број, тако да је $\bar{z} + |z| = 1 - 3i$, онда је $|z|$ једнако:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5 N) не знам

12. Ако реални полином $p(x)$ даје остатак $x + 1$ при дељењу са $(x - 1)^2$, а остатак -2 при дељењу са $x + 1$, онда је остатак при његовом дељењу са $x^2 - 1$ једнак:

- A) $-2x$ B) $2x$ C) $x + 1$ D) 2 E) $-x^2 + 2x + 1$ N) не знам

13. Ако је $f_1(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$, $f_2(x) = \frac{\sqrt{(x^2+1)^2}}{x^2+1}$, $f_3(x) = \frac{\sqrt[3]{x^3}}{x}$, онда је:

- A) $f_1 = f_2 = f_3$ B) $f_1 = f_2 \neq f_3$ C) $f_1 = f_3 \neq f_2$ D) $f_1 \neq f_2 = f_3$ E) $f_1 \neq f_2 \neq f_3 \neq f_1$ N) не знам

14. Из групе која се састоји од 7 девојчица и 4 дечака треба изабрати комисију, која се састоји од 3 девојчице и 2 дечака. Ако је b број начина на који се тај избор може извршити, онда је:

- A) $0 \leq b < 100$ B) $100 \leq b < 200$ C) $200 \leq b < 300$ D) $300 \leq b < 400$ E) $b \geq 400$ N) не знам

15. Целобројних чланова у развоју степена бинома $(\sqrt[3]{2} + \sqrt{3})^{13}$ има:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) више од 3 N) не знам

16. Странице троугла, дужина 8 и 17, заклапају туп угао. Ако је површина тог троугла $48\sqrt{2}$, дужина његове треће странице припада интервалу:

- A) (9, 15] B) (15, 18] C) (18, 20] D) (20, 22] E) (22, 25] N) не знам

17. Угао између две изводнице праве кружне купе је 60° . Ако оне деле омотач купе на делове чији је однос површина $2:1$, онда је однос између висине и полупречника основе те купе:

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) 1 D) $\sqrt{2}$ E) 2 N) не знам

18. Ако је B симетрична тачки $A(-5, 13)$ у односу на праву $2x - 3y - 3 = 0$, а r растојање B од координатног почетка, онда је:

- A) $r \in [0, 5)$ B) $r \in [5, 9)$ C) $r \in [9, 12)$ D) $r \in [12, 15)$ E) $r \in [15, \infty)$ N) не знам

19. Ако је збир прва три члана опадајућег аритметичког низа -12 , а производ 80, онда је први члан тог низа:

- A) -16 B) -10 C) -8 D) -2 E) 2 N) не знам

20. Нека је A скуп свих бројева чији је декадни запис облика $\overline{3x27y}$, за неке $x, y \in \{0, 1, \dots, 9\}$. Број елемената скупа A који су дељиви са 33 је:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) већи од 3 N) не знам

Решења задатака (шифра 3515380)

1. Важи $\frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{2}+\sqrt{6}} = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{2}} \in [\frac{1}{2}, 1),$. (D)
2. Наведена једначина има реалних решења (еквивалентна је са $(x^3 - 2)^2 = 3$, па је $x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$ или $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$). За те вредности је $x^3 + \frac{1}{x^3} = 4$, па је $x^9 + \frac{1}{x^9} = (x^3 + \frac{1}{x^3})^3 - 3(x^3 + \frac{1}{x^3}) = 52$. (B)
3. Ако је $k > 0$ број сати потребан Биљани, а $l > 0$ број сати потребан Бојани за плетење шала, по условима је $\frac{3}{k} + \frac{16}{l} = 1$ и $\frac{9}{k} + \frac{8}{l} = 1$. Следи $\frac{1}{k} = \frac{1}{15}, \frac{1}{l} = \frac{1}{20}$, тј. $k = 15, l = 20$. (B)
4. Систем је еквивалентан са $(x+1)^2 + y^2 = 3, 3y^2 - 2(x+1)^2 = 9$, па је $(x+1)^2 = 0, y^2 = 3$, тј. решења су му $(-1, -\sqrt{3})$ и $(-1, \sqrt{3})$. (C)
5. По Виетовим правилима је $a + b = -2$ и $ab = 4$, а како је $a \neq b$, важи $\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2} = \frac{a^2+ab+b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2-ab}{a+b} = \frac{(-2)^2-4}{-2} = 0$. (A)
6. Неједначина је дефинисана за $x \in [\frac{5}{2}, \infty)$, а онда су њене стране ненегативне, па је еквивалентна са $2x - 5 > (x - 2)^2$, тј. са $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 < 0$, па нема решења (у $\mathbb{R}$, а самим тим ни у $\mathbb{Z}$). (A)
7. Уочена једначина је еквивалентна са $(2^x)^2 - 8 \cdot 2^x + 15 = (2^x - 3)(2^x - 5) = 0$, па је $2^x \in \{3, 5\}$, односно $x \in \{\log_2 3, \log_2 5\}$ (и збир решења је $\log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 15 \in [\log_2 2^3, \log_2 2^4] = [3, 4]$). (D)
8. Мора бити $x - \frac{1}{2} > 0$ и $\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x - \frac{1}{2}) > 0$, односно $x - \frac{1}{2} < 1$, тј. $x \in (\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$. Онда је уочена неједначина еквивалентна са $\log_{2^{-\frac{1}{2}}}(x - \frac{1}{2}) > 2^1 = 2$, тј. са $x - \frac{1}{2} < (2^{-\frac{1}{2}})^2 = \frac{1}{2}$, односно, решење јој је $x \in (\frac{1}{2}, 1)$ (а тај скуп не садржи ниједан цео број). (A)
9. Како је $AB^2 = BC^2 + CA^2$, троугао ABC је правоугли, а важи и $\triangle ABC \sim \triangle DBE$. Притом је $BE = BC - EC$, а EC је једнако полупречнику уписаног круга $\triangle ABC$, па је $EC = \frac{BC+CA-AB}{2} = 1$ и $k = \frac{BE}{BC} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} \in (\frac{3}{5}, \frac{4}{5}]$. (D)
10. Мора бити $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ (због дефинисаности $\operatorname{tg} x$) и $x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ (због $1 - \sin x \neq 0$), где је $k \in \mathbb{Z}$. Онда је уочена једначина еквивалентна са $\sin x(1 - \sin x) - \cos x(1 - \cos x) = (\sin x - \cos x)(1 - \sin x - \cos x) = \sqrt{2}(\sin x - \cos x)(\frac{1}{\sqrt{2}} - \sin(x + \frac{\pi}{4})) = 0$, одакле је $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ или $x = 2k\pi$ или $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, где је $k \in \mathbb{Z}$. Међутим, трећа наведена фамилија не представља решење полазне једначине (због области дефинисаности), док преостале две јесу њена решења (и интервалу $[0, 2\pi)$ припадају $0, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$). (D)
11. Ако су странице уоченог троугла $a = 8, b = 17$ и c , а угао наспрам c једнак γ , важи $48\sqrt{2} = \frac{8 \cdot 17}{2} \cdot \sin \gamma$. Следи $\sin \gamma = \frac{12\sqrt{2}}{17}$, а како је $\gamma > \frac{\pi}{2}$, следи $\cos \gamma = -\sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = -\frac{1}{17}$. На основу косинусне теореме је $c^2 = 8^2 + 17^2 - 2 \cdot 8 \cdot 17 \cdot (-\frac{1}{17}) = 369$, па како је $18^2 = 324 < 369 < 400 = 20^2$, следи $c \in (18, 20]$. (C)
12. Нека су r, h, s , редом, полупречник основе, висина и изводница уочене купе, S њен врх, а O центар основе. Ако су уочене изводнице SA и SB , онда је $\triangle SAB$ једнакостранични (важи $SA = SB = s$, као и $\angle BSA = 60^\circ$), док је пројекција тог троугла на раван основе $\triangle OAB$, при чему је $OA = OB = r$, а $\angle BOA = 120^\circ$ (како SA и SB деле омотач на делове чије су површине у односу $2:1$, следи да OA и OB деле основу на делове чије су површине у односу $2:1$, тј. у питању су полупречници основе који деле пун угао у односу $2:1$), те је $AB = r\sqrt{3}$. Следи $s = \sqrt{r^2 + h^2} = r\sqrt{3}$, одакле је $\frac{h}{r} = \sqrt{2}$. (D)
13. Ако је A' пројекција A на p , онда A припада правој q , која је нормална на p и садржи A . Коефицијент правца p је $\frac{2}{3}$, па је коефицијент правца q једнак $-\frac{3}{2}$, тј. једначина q је $y = -\frac{3}{2} \cdot (x + 5) + 13$. Следи, A' је пресечна тачка $2x - 3y = 3$ и $3x + 2y = 11$, тј. $A'(3, 1)$, а како је $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{A'B}$, следи $B(11, -11)$, па је $r = 11\sqrt{2} > 15$. (E)
14. Ако је у питању низ $(a_n)_{n \geq 1}$, онда је $a_n = a_1 + (n-1)d$ за $n \in \mathbb{N}$, где је $d < 0$ корак уоченог аритметичког низа. По условима је $a_1 + a_2 + a_3 = 3(a_1 + d) = -12$, тј. $a_2 = a_1 + d = -4$, па је $a_1 a_2 a_3 = (a_2 - d)a_2(a_2 + d) = -4(16 - d^2) = 80$, тј. $d^2 = 36$, па је $d = -6$ (јер је у питању опадајући низ), односно $a_1 = 2$. (E)
15. Елемент A је дељив са 3 ако и само ако $3 \mid 3 + x + 2 + 7 + y = 12 + x + y$, тј. ако и само ако $3 \mid x + y$, а са 11 ако и само ако $11 \mid 3 - x + 2 - 7 + y = y - x - 2$. Како је $-11 \leq y - x - 2 \leq 7$, следи да је или $y - x - 2 = -11$, а онда је $y = 0, x = 9$, па $3 \mid x + y$, тј. тај број је дељив и са 3, или $y - x - 2 = 0$, а онда је $x + y = 2x + 2$ и $x \leq 7$ (иначе је $y > 9$), па је тај број дељив и са 3 ако и само ако је $x \in \{2, 5\}$. (D)

16. Ако је $z = x + iy$, где је $x, y \in \mathbb{R}$, изједначавањем реалног и имагинарног дела уочене једначине се добија $x + \sqrt{x^2 + y^2} = 1$ и $-y = -3$, одакле је $y = 3$ и $\sqrt{x^2 + 9} = 1 - x$. Последња једначина нема решења у случају $x > 1$ (онда су јој стране различитих знака), док је за $x \leq 1$ еквивалентна са $x^2 + 9 = 1 - 2x + x^2$, одакле је $x = -4$ (што јесте решење, пошто је $-4 \leq 1$). Следи $z = -4 + 3i$, па је $|z| = 5$. **(E)**

17. Остатак при дељењу $p(x)$ са $x - 1$ је $1 + 1 = 2$, па је $p(x) = q(x)(x^2 - 1) + ax + b$ за неке $a, b \in \mathbb{R}$, где је $q(x)$ количник при дељењу p са $x^2 - 1$. Следи $a + b = p(1) = 2$ и $-a + b = p(-1) = -2$, па је $a = 2$, $b = 0$, тј. остатак у посматраном дељењу је $2x$. **(B)**

18. Свака од наведених функција је једнака 1 на свом домену. Међутим, домен f_1 и f_2 је $\mathbb{R}$, док је домен f_3 једнак $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, па је $f_1 = f_2 \neq f_3$. **(B)**

19. Тражени број је $\binom{7}{4} \cdot \binom{4}{2} = 35 \cdot 6 = 210$. **(C)**

20. Општи члан развоја је $\binom{13}{k} \cdot 2^{\frac{13-k}{3}} \cdot 3^{\frac{k}{2}}$ за $0 \leq k \leq 13$, а како је $(2, 3) = 1$, тај члан је цео ако и само ако $3 \mid 13 - k$ и $2 \mid k$, тј. ако и само ако $k \equiv 4 \pmod{6}$, односно, ако је $k \in \{4, 10\}$. **(C)**

Решења задатака

Шифра 3515380: DBBCA ADADD CDEED EBBCC

Шифра 3803515: ADADD DBBCA EBBCC CDEED