

SMT Primeri

Primer 1. Neka je data signatura $\Sigma = (\mathcal{S}, \mathcal{F}, r)$, gde je $\mathcal{S} = \{\mathbf{Real}\}$, \mathcal{F} sadrži simbole $0, 1, +, \cdot, -, \leq$, pri čemu je $r(0) = r(1) = [\] \longrightarrow \mathbf{Real}$, $r(+)=r(\cdot)=[\ \mathbf{Real}, \mathbf{Real}] \longrightarrow \mathbf{Real}$, $r(-)=[\ \mathbf{Real}] \longrightarrow \mathbf{Real}$, $r(\leq)=[\ \mathbf{Real}, \mathbf{Real}] \longrightarrow \mathbf{Bool}$.

Jedna teorija nad Σ može biti zadata sledećim skupom aksioma (sve promenljive su sorte \mathbf{Real}):

1. $\forall x. \forall y. \forall z. (x + y) + z = x + (y + z)$
2. $\forall x. \forall y. x + y = y + x$
3. $\forall x. x + 0 = x$
4. $\forall x. x + (-x) = 0$
5. $\forall x. \forall y. \forall z. (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$
6. $\forall x. \forall y. x \cdot y = y \cdot x$
7. $\forall x. x \cdot 1 = x$
8. $\forall x. x \neq 0 \Rightarrow (\exists y. x \cdot y = 1)$
9. $\forall x. \forall y. \forall z. (x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$
10. $1 \neq 0$
11. $\forall x. x \leq x$
12. $\forall x. \forall y. x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y$
13. $\forall x. \forall y. \forall z. x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$
14. $\forall x. \forall y. x \leq y \vee y \leq x$
15. $\forall x. \forall y. \forall z. x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z$
16. $\forall x. \forall y. 0 \leq x \wedge 0 \leq y \Rightarrow 0 \leq x \cdot y$
17. $\forall x. 0 \leq x \Rightarrow (\exists y. y \cdot y = x)$
18. $\forall c_0. \forall c_1. \dots \forall c_{2k+1}. \exists x. c_0 + c_1 \cdot x + \dots + c_{2k+1} \cdot x^{2k+1} = 0$

Teoreme ove teorije (označimo je sa \mathcal{T}) su sve formule koje se mogu dokazati polazeći od ovih aksioma. Ova teorija poznata je i kao *teorija realno zatvorenih polja*.

Jedan model ove teorije je i struktura realnih brojeva $(\mathbb{R}, +, \cdot, \leq)$. Međutim, to nije jedini model, s obzirom da na osnovu Skolem-Lovenhajmove teoreme postoji model sa domenom bilo koje beskonačne kardinalnosti (uključujući i prebrojiv model). Ipak, može se pokazati da je ova teorija *kompletna*, što znači da za svaku zatvorenu formulu F važi da je ili F ili $\neg F$ teorema ove teorije. Odavde sledi da su svaka dva modela \mathcal{L}_1 i \mathcal{L}_2 teorije *elementarno ekvivalentna* – svaka zatvorena formula koja je tačna u \mathcal{L}_1 tačna je i u \mathcal{L}_2 , i obratno.

Primer 2. Neka je data sledeća formula (nad signaturom iz prethodnog primera):

$$\exists x. \exists y. \exists z. x \cdot y \leq z \wedge z \leq x + y \wedge x \leq 0$$

Pretpostavimo da razmatramo teoriju \mathcal{T} iz prethodnog primera. Data formula će biti zadovoljiva u teoriji \mathcal{T} ako i samo ako je u toj teoriji zadovoljiva formula:

$$a \cdot b \leq c \wedge c \leq a + b \wedge a \leq 0$$

gde su a, b, c novouvedene konstante (skolemizacija). Ove konstante nazivamo *slobodne konstante*, jer se mogu proizvoljno interpretirati.

Primer 3. Sledeća bazna formula je nezadovoljiva u EUF teoriji:

$$(a = b \vee c = d) \wedge (f(a) \neq f(b)) \wedge (c \neq d \vee a = e) \wedge (c \neq d \vee b = e)$$

Zaista, svodjenjem na DNF dobijamo:

$$\begin{aligned} & (a = b \wedge f(a) \neq f(b) \wedge c \neq d) \quad \vee \\ & (a = b \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e) \quad \vee \\ & (c = d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e) \end{aligned}$$

pri čemu se lako vidi da su sve ove konjunkcije nezadovoljive u EUF teoriji.

Primer 4. Neka je data bazna linearna formula u teoriji realne aritmetike:

$$2a + 3b > c \wedge a > b \wedge c = 3a \wedge b < 0$$

Može se pokazati da je ova formula nezadovoljiva. Zaista, zamenom $c = 3a$ dobijamo ekvivalentnu konjunkciju:

$$3b > a \wedge a > b \wedge b < 0$$

Dalje, iz $3b > a$ sledi $b > a/3$, a kako je $a > b$, to je i $a > a/3$, odakle je $a > 0$, pa je i $3b > 0$, tj. $b > 0$. Ovo je u kontradikciji sa uslovom da je $b < 0$.

Primer 5. Data je bazna linearna formula u teoriji celobrojne aritmetike:

$$1 \leq x \wedge x \leq 2 \wedge 1 \leq y \wedge y \leq 2 \wedge 1 \leq z \wedge z \leq 2 \wedge x \neq y \wedge x \neq z \wedge y \neq z$$

Ova formula je nezadovoljiva u ovoj teoriji. Primetimo da bi ista ova formula bila zadovoljiva u teoriji realne aritmetike.

Primer 6. U teoriji nizova, data je sledeća formula:

$$v = \text{select}(a, i) \wedge b = \text{store}(a, j, v) \wedge \text{select}(b, i) \neq \text{select}(b, j)$$

Ova formula je nezadovoljiva. Zaista, setimo se da su aksiome teorije nizova:

1. $\forall x. \forall y. \forall z. \text{select}(\text{store}(x, y, z), y) = z$
2. $\forall x. \forall y_1. \forall y_2. \forall z. y_1 \neq y_2 \Rightarrow \text{select}(\text{store}(x, y_1, z), y_2) = \text{select}(x, y_2)$
3. $\forall x_1. \forall x_2. (\forall y. \text{select}(x_1, y) = \text{select}(x_2, y)) \Rightarrow x_1 = x_2$

Iz $b = \text{store}(a, j, v)$ sledi $\text{select}(b, j) = \text{select}(\text{store}(a, j, v), j)$. Instanciranjem $x = a, y = j, z = v$ u prvoj aksiomi dobijamo $\text{select}(\text{store}(a, j, v), j) = v$, tj. $\text{select}(b, j) = v$. Ako je $i = j$, tada je $\text{select}(b, i) = \text{select}(b, j)$, što daje kontradikciju. Sa druge strane, ako je $i \neq j$, instanciranjem $y_1 = j, y_2 = i, x = a, z = v$ u drugoj aksiomi dobijamo $j \neq i \Rightarrow \text{select}(\text{store}(a, j, v), i) = \text{select}(a, i)$. Ovo dalje znači da je $\text{select}(b, i) = \text{select}(a, i) = v$, pa je $\text{select}(b, i) = \text{select}(b, j)$, što opet daje kontradikciju.

Primer 7. Neka su u teoriji bitvektora sa x, y, z označene konstante sorte BitVec_8 . Formula:

$$\text{bvult}(x, y) \wedge \neg \text{bvult}(\text{bvadd}(x, z), \text{bvadd}(y, z))$$

je zadovoljiva. Zaista, kako se sorta BitVec_8 interpretira skupom svih nizova dužine 8 čiji su elementi iz $\{0, 1\}$, to se konstante x, y, z mogu interpretirati proizvoljnim ovakvim nizovima. Neka je u izabranoj interpretaciji $I(x) = 11111100$ i $I(y) = 11111111$. Jasno je da je tada $I(\text{bvult}(x, y)) = 1$. Dalje, neka je $I(z) = 00000011$. Sada je $I(\text{bvadd}(x, z)) = 11111111$, a $I(\text{bvadd}(y, z)) = 00000010$, pa je otuda $I(\text{bvult}(\text{bvadd}(x, z), \text{bvadd}(y, z))) = 0$. Dakle, ovako izabrana interpretacija zadovoljava datu formulu.

Primetimo da bi se formula koja u intuitivnom smislu predstavlja isto tvrđenje mogla na jeziku celobrojne aritmetike zapisati na sledeći način:

$$x < y \wedge \neg(x + z < y + z)$$

što je u toj teoriji nezadovoljivo.

Primer 8. Posmatrajmo ponovo EUF formulu iz primera 3:

$$(a = b \vee c = d) \wedge (f(a) \neq f(b)) \wedge (c \neq d \vee a = e) \wedge (c \neq d \vee b = e)$$

Iskaznom apstrakcijom dobijamo:

$$(p \vee q) \wedge \neg r \wedge (\neg q \vee s) \wedge (\neg q \vee t)$$

Zadovoljavajuće iskazne valuacije su $[p, q, \neg r, s, t]$, $[p, \neg q, \neg r, s, t]$, $[p, \neg q, \neg r, \neg s, t]$, $[p, \neg q, \neg r, s, \neg t]$, $[p, \neg q, \neg r, \neg s, \neg t]$, $[\neg p, q, \neg r, s, t]$. Ovim iskaznim valuacijama odgovaraju sledeće konjunkcije prvog reda:

$$\begin{aligned}
& a = b \wedge c = d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e \\
& a = b \wedge c \neq d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e \\
& a = b \wedge c \neq d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a \neq e \wedge b = e \\
& a = b \wedge c \neq d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b \neq e \\
& a = b \wedge c \neq d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a \neq e \wedge b \neq e \\
& a \neq b \wedge c = d \wedge f(a) \neq f(b) \wedge a = e \wedge b = e
\end{aligned}$$

Lako se vidi da su sve ove konjunkcije nezadovoljive u EUF teoriji. SAT rešavač bi ove konjunkcije jednu po jednu slao proceduri odlučivanja za EUF teoriju (npr. Nelson-Open) koja bi za svaku od njih utvrdila da je nezadovoljiva.

Primer 9. Pretpostavimo da je u prethodnom primeru SAT rešavač zasnovan na CDCL algoritmu, kao i da postoji mogućnost komunikacije između SAT rešavača i procedure odlučivanja za EUF sve vreme tokom rada SAT rešavača. SAT rešavač bi odmah zaključio da je $\neg r$. Pokušaj da se na stek postavi p (kao literal odlučivanja) dao bi konjunkciju $a = b \wedge f(a) \neq f(b)$ što je kontradikcija u EUF teoriji. Zato SAT rešavač dodaje klauzu koja predstavlja negaciju ove konjunkcije $a \neq b \vee f(a) = f(b)$, tj. $\neg p \vee r$. Na osnovu ove klauze sada sledi konflikt, vraćanje unazad i postavljanje $\neg p$ na stek. Međutim, sada iz klauze $(p \vee q)$ sledi q , a iz klauza $(\neg q \vee s)$ i $(\neg q \vee t)$ slede s i t , respektivno. Međutim, sada imamo konjunkciju $s \wedge t \wedge \neg r$, tj. $a = e \wedge b = e \wedge f(a) \neq f(b)$, što je opet nezadovoljivo u EUF teoriji. Zato SAT rešavač dodaje klauzu $\neg s \vee \neg t \vee r$. Sada je stek u kontradikciji sa ovom klauzom, a kako se nalazimo na nultom nivou odlučivanja, sledi da je formula nezadovoljiva u EUF teoriji.

Ukoliko bi dodatno postojala mogućnost da procedura odlučivanja za EUF sugerise SAT rešavaču koje literale treba da postavi na stek, rad rešavača bi bio još efikasniji. Na primer, u EUF teoriji važi implikacija $f(a) \neq f(b) \Rightarrow a \neq b$. Ovo znači da bi odmah nakon postavljanja $\neg r$ na stek EUF procedura mogla da sugerise postavljanje $a \neq b$, tj. $\neg p$ na stek, čime bi se izbegao jedan konflikt i vraćanje unazad.

Decide :

$$\frac{C = no_cflct \quad l \in F \quad l, \bar{l} \notin M}{M := Ml^d}$$

UnitPropagate :

$$\frac{C = no_cflct \quad l \vee l_1 \vee \dots \vee l_k \in F \quad \bar{l}_1, \dots, \bar{l}_k \in M \quad l, \bar{l} \notin M}{M := Ml}$$

Conflict :

$$\frac{C = no_cflct \quad \bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k \in F \quad l_1, \dots, l_k \in M}{C := \{l_1, \dots, l_k\}}$$

Explain :

$$\frac{l \in C \quad l \vee \bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k \in F \quad l_1, \dots, l_k \prec l}{C := C \cup \{l_1, \dots, l_k\} \setminus \{l\}}$$

Learn :

$$\frac{C = \{l_1, \dots, l_k\} \quad \bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k \notin F}{F := F \cup \{\bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k\}}$$

Backjump :

$$\frac{C = \{l, l_1, \dots, l_k\} \quad \bar{l} \vee \bar{l}_1 \vee \dots \vee \bar{l}_k \in F \quad \forall i \in \{1, \dots, k\} \quad \text{level}(l) > m \geq \text{level}(l_i)}{C := no_cflct \quad M := M^{[m]}\bar{l}}$$

TheoryPropagate :

$$\frac{C := no_cflct \quad M \models_{\mathcal{T}} l \quad l, \bar{l} \notin M}{M := Ml}$$

TheoryConflict :

$$\frac{C = no_cflct \quad l_1, \dots, l_k \models_{\mathcal{T}} \perp \quad l_1, \dots, l_k \in M}{C := \{l_1, \dots, l_k\}}$$

TheoryExplain :

$$\frac{l \in C \quad l_1, \dots, l_k \models_{\mathcal{T}} l \quad l_1, \dots, l_k \prec l}{C := C \cup \{l_1, \dots, l_k\} \setminus \{l\}}$$

Slika 1: CDCL(X) pravila

Primer 10. Neka je data iskazna formula:

$$(\neg p_1 \vee \neg p_2) \wedge (\neg p_1 \vee p_3) \wedge (\neg p_4 \vee p_2 \vee p_5) \wedge (p_6 \vee \neg p_7) \wedge (p_6 \vee p_8 \vee p_2) \wedge (\neg p_8 \vee p_7)$$

Ova formula je zadovoljiva. Jedno moguće izvršavanje CDCL algoritma prikazano je sledećim nizom stanja:

F	M	C	Pravilo
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	1^d	no_cflt	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2}$	no_cflt	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3$	no_cflt	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d$	no_cflt	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5$	no_cflt	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d$	no_cflt	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7}$	no_cflt	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	no_cflt	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{7}, 8$	(Conflict)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{2}, \bar{6}, \bar{7}$	(Explain)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{2}, \bar{6}$	(Explain)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{2}, \bar{6}$	(Learn)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6$	no_cflt	(Backjump)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6 4^d$	no_cflt	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6 4^d 5$	no_cflt	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6 4^d 5 7^d$	no_cflt	(Decide)
$\{\bar{1}, \bar{2}\}, \{\bar{1}, 3\}, \{\bar{4}, 2, 5\}, \{6, \bar{7}\}, \{6, 8, 2\}, \{\bar{8}, 7\}, \{2, 6\}$	$1^d \bar{2} 3 6 4^d 5 7^d 8^d$	no_cflt	(Decide)

Literal p_i je u gornjem prikazu predstavljen oznakom i , a literal $\neg p_i$ oznakom \bar{i} . Literali odlučivanja su označeni sa l^d .

Primer 11. Neka je data bazna formula EUF teorije:

$$\begin{aligned}
& (\neg(h(a) = a) \vee a = b) & \wedge \\
& (c = d \vee f(h(a)) = f(a) \vee a = f(b)) & \wedge \\
& (g(c) = c \vee \neg(f(h(a)) = f(a)) \vee \neg(f(c) = f(d))) & \wedge \\
& (g(c) = c \vee c = d \vee \neg(a = b)) & \wedge \\
& (g(a) = g(f(a)) \vee h(a) = a) &
\end{aligned}$$

Uvedimo iskaznu apstrakciju:

$$\begin{aligned}
p_1 & \Leftrightarrow h(a) = a \\
p_2 & \Leftrightarrow a = b \\
p_3 & \Leftrightarrow f(h(a)) = f(a) \\
p_4 & \Leftrightarrow a = f(b) \\
p_5 & \Leftrightarrow g(a) = g(f(a)) \\
p_6 & \Leftrightarrow g(c) = c \\
p_7 & \Leftrightarrow f(c) = f(d) \\
p_8 & \Leftrightarrow c = d
\end{aligned}$$

Sada se formula svodi na sledeću iskaznu formulu:

$$(\neg p_1 \vee p_2) \wedge (p_8 \vee p_3 \vee p_4) \wedge (p_6 \vee \neg p_3 \vee \neg p_7) \wedge (p_6 \vee p_8 \vee \neg p_2) \wedge (p_5 \vee p_1)$$

Ova formula je zadovoljiva. Jedno moguće izvršavanje CDCL(\mathcal{T}) algoritma dato je sledećim nizom stanja:

F	M	C	Pravilo
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	1^d	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2$	<i>no_cflt</i>	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3$	<i>no_cflt</i>	(TheoryPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5$	<i>no_cflt</i>	(TheoryPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7}$	<i>no_cflt</i>	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	<i>no_cflt</i>	(UnitPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$\bar{7}, 8$	(TheoryConflict)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$2, \bar{6}, \bar{7}$	(Explain)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$2, 3, \bar{6}$	(Explain)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 4^d 5 \bar{6}^d \bar{7} 8$	$2, 3, \bar{6}$	(Learn)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6$	<i>no_cflt</i>	(Backjump)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6 4^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6 4^d 5$	<i>no_cflt</i>	(TheoryPropagate)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6 4^d 5 8^d$	<i>no_cflt</i>	(Decide)
$\{\bar{1}, 2\}, \{8, 3, 4\}, \{6, \bar{3}, \bar{7}\}, \{6, 8, \bar{2}\}, \{5, 1\}, \{\bar{2}, \bar{3}, 6\}$	$1^d 2 3 6 4^d 5 8^d 7$	<i>no_cflt</i>	(TheoryPropagate)

Teorijske propagacije vršene su na osnovu sledećih logičkih posledica:

$$h(a) = a \quad \models_{\mathcal{T}} \quad f(h(a)) = f(a) \quad (1)$$

$$a = b \wedge a = f(b) \quad \models_{\mathcal{T}} \quad g(a) = g(f(a)) \quad (2.3)$$

$$c = d \quad \models_{\mathcal{T}} \quad f(c) = f(d) \quad (4)$$

Konflikt u teoriji detektovan je na osnovu sledeće logičke posledice:

$$\neg(f(c) = f(d)) \wedge c = d \models_{\mathcal{T}} \perp$$