

Домаћи задатак II, Математика III

Зора Голубовић

Новембар, 2019

1. а) Испитати равномерну конвергенцију низа $\frac{[nf(x)]}{n}$, $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ на $[a, b]$.
- б) Испитати равномерну конвергенцију низа $\frac{n^2 x^2}{1+n^2 x^2}$ на $(0, 1]$ и $[1, \infty)$.
2. Испитати равномерну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n!}} (x^n + x^{-n})$, $\frac{1}{2} \leq |x| \leq 2$.
3. Показати да ред $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2+n}}{n^2}$ равномерно конвергира на сваком коначном интервалу, а апсолутно дивергира за свако $x \in \mathbb{R}$.
4. Да ли је дозвољено диференцирати ред $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{x}{n^2}$ члан по члан? Сумирати ред за $x = 2$.
5. Одредити радијус и интервал конвергенције реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \right)^p \left(\frac{x-1}{2} \right)^n$.
6. Разложити у Фуријеов ред функцију $f(x) = x^2$ на сегменту $[-\pi, \pi]$ и користећи добијено разлагање наћи $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k^2}$.