

# Математика 4б

Зора Голубовић

20. јун 2019.

1. Уз образложење поступка израчунати интеграл  $I(a) = \int_0^{\infty} e^{-x} \frac{\sin^2 ax}{x^2} dx$ .
2. Решити систем интегралних једначина применом Лапласове трансформације:

$$\varphi_1(x) = 1 - \int_0^x \varphi_2(t) dt,$$

$$\varphi_2(x) = \cos x - 1 + \int_0^x \varphi_3(t) dt,$$

$$\varphi_3(x) = \cos x + \int_0^x \varphi_1(t) dt.$$

3.а) Доказати да за свако  $x + iy \in \mathbb{C}$  важи да је  $|\sin z|^2 = \sin^2 x + \sinh^2 y$ , а затим одредити максимум функције  $f(z) = |\sin z|$  на скупу  $\{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \operatorname{Re} z \leq \pi, 0 \leq \operatorname{Im} z \leq \ln 2\}$ .

б)  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{a + \sin x} dx, a > 1$ .

4. Хомогена жица дужине 1 има фиксирани крајеве. У тачки  $x = c$ ,  $0 < c < 1$  истегнута је до растојања  $\frac{c}{3}$  од хоризонталног положаја и пуштена да слободно осцилује. Одредити положај жице у моменту  $t > 0$ .

5. Решити Кошијев проблем  $xu_{xx} + yu_{xy} = 0$ ,  $u(1, y) = 2y + 1$ ,  $u_x(1, y) = y$ .