

# Математика 4б

Зора Голубовић

8. јул 2019.

1. Уз образложење поступка израчунати интеграл  $I(a) = \int_0^{\infty} e^{-x} \frac{\sin^2 ax}{x^2} dx$ .
2. а) Решити интегралну једначину применом Лапласове трансформације:  
 $\varphi(x) = \cos x - \int_0^x (x-t) \cos(x-t) \varphi(t) dt$ .
- б) Наћи екстремале функционала  $J[y(x), z(x)] = \int_1^2 (y'^2 + z^2 + z'^2) dx$  за граничне услове  $y(1) = 1$ ,  $y(2) = 2$ ,  $z(1) = 0$ ,  $z(2) = 1$ .
3. а) Нека је  $f(z) = R(x, y)e^{i\varphi(x, y)}$ . Доказати да се Коши-Риманови услови за функцију  $f(z)$  могу написати у облику

$$R'_x = R\varphi'_y,$$

$$R'_y = -R\varphi'_x.$$

- б) Одредити регуларну функцију  $f(z) = R(x, y)e^{i\varphi(x, y)}$  ако је  $R(x, y) = (x^2 + y^2)e^x$ .
- в)  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{a + \sin x} dx$ ,  $a > 1$ .
4. Решити Гурсаов проблем  $u_{xy} - e^x u_{yy} = 0$ ,  $y > e^{-x}$ ,  $x > 0$ ,  $u|_{x=0} = y^2$ ,  $u|_{y=e^{-x}} = 1 + x^2$ .