

# Задаци

Зора Голубовић

Август, 2018

1. Израчунати  $\int_0^\infty \frac{1-e^{-\alpha x^2}}{x^2} dx$ ,  $\alpha \geq 0$ .
2. а) Решити интегралну једначину применом Лапласове трансформације:  
 $\varphi(x) = \cos x - \int_0^x (x-t) \cos(x-t) \varphi(t) dt$ .
- б) Наћи екстремале функционала  $J[y(x), z(x)] = \int_1^2 (y'^2 + z^2 + z'^2) dx$  за граничне услове  $y(1) = 1$ ,  $y(2) = 2$ ,  $z(1) = 0$ ,  $z(2) = 1$ .
3. Функцијом  $w = 2iz + i$  пресликати област  $D_z = \{z : |z-1| < 1, |z-\frac{1}{2}| > \frac{1}{2}\}$ .
4. Решити Гурсаов проблем:  $3x^2 u_{xx} + 2xy u_{xy} - y^2 u_{yy} = 0$ ,  $x < y < \frac{1}{\sqrt{x}}$ ,  $0 < x < 1$ ,  $u|_{x=y} = y$ ,  $u|_{xy^3=1} = y^2$ .
5. Решити проблем слободних осцилација жице дужине  $l$  са учвршћеним крајевима, ако је почетна брзина осциловања једнака 0, а у почетном тренутку жица има облик синусоиде  $\varphi_0(x) = A \sin \frac{n\pi x}{l}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .