

Математика 3б

Зора Голубовић

5. јул 2019.

1. а) Испитати равномерну конвергенцију функционалног реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 n^2}{x^4 + n^4} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x}{n}}$ на скуповима $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (\delta, \infty)$, $\delta > 0$.

б) Израчунати интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x}{1+e^x} dx$.

2. Разложити у Фуријеов ред функцију $f(x) = e^{ax}$, $a \neq 0$ у интервалу $(-\pi, \pi)$ и доказати да важи

$$e^x = \frac{2 \sinh \pi}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1+k^2} (\cos kx - k \sin kx) \right\}.$$

3. Одредити решење ДЈ $y = xy' + \sqrt{y'^2 + 1}$ које пролази кроз тачку $(-1, -2)$.

4. Решити систем ДЈ:

$$xy'_1 + 6y_1 - y_2 - 3y_3 = 0,$$

$$xy'_2 + 23y_1 - 6y_2 - 9y_3 = 0,$$

$$xy'_3 + y_1 + y_2 - 2y_3 = 0.$$

5. Решити Кошијев проблем квазилинеарне ПДЈ $x(x^2 + y^2) \frac{\partial z}{\partial x} + 2y^2 (x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} - z) = 0$, $z = h$, $x^2 + y^2 = a^2$.