

Писмени испит из Математике 3 (физика, II смер), 27.08.2020.

1. У зависности од $a \in \mathbb{R}$, испитати конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} - a \right) \sin n$.
2. Одредити опште решење диференцијалне једначине $(2x - 1)y'' - 4xy' + 4y = 0$.
3. Одредити решење једначине $y''(x) + \int_0^x (y'(t) + y(t))e^{t-x} dt = 0$, које задовољава услове $y(0) = 0$, $y'(0) = 8$.
4. Нека је $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0 \wedge y > e^{-x}\}$. Одредити све $u : \overline{D} \rightarrow \mathbb{R}$ (непрекидне на \overline{D} и $C^{(2)}(D)$), која су решења парцијалне једначине

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(x, y) = e^x \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y)$$

и задовољавају граничне услове $u(0, y) = y^2$ за свако $y > 1$ и $u(x, -e^x) = 1 + x^2$ за свако $x > 0$.