

Задаци

Зора Голубовић

Август, 2018

1. Одредити интервал конвергенције и сумирати степени ред $S(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(n^2-1)}$.
2. Разложити у Фуријеов ред функцију $f(x) = x^2$ на сегменту $[-\pi, \pi]$. Користећи добијено разлагање, доказати да је $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k^2} = \frac{\pi^2}{12}$.
3. а) Одредити везу између параметара λ и μ тако да ДЈ $L(y) = x(\lambda - x)y'' + (\mu x^2 - \lambda)y' + 2(1 - \mu x)y = 0$ има решење у облику експоненцијалне функције.
Ако је $L(e^{2x}) = 0$, одредити опште решење ДЈ $L(y) = 2x^2(x - 1)^2$.
4. Решити систем ДЈ:

$$xy'_1 + 6y_1 - y_2 - 3y_3 = 0,$$

$$xy'_2 + 23y_1 - 6y_2 - 9y_3 = 0,$$

$$xy'_3 + y_1 + y_2 - 2y_3 = 0.$$

5. Решити Кошијев проблем квазилинеарне ПДЈ: $xp + (y - \tan \frac{y}{x})q = z + x \ln^2 x$, $z + 1 = \sin y$, $x = 1$.