

Испит из Математике 3, Б смер, 14.7.2022.

1. Испитати условну и апсолутну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin n}{(n+1) \ln(n+1)}$$

2. Разложити у Фуријеов ред функцију $f(x) = \cos ax$, $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$, $-\pi < x < \pi$ и

- извести формулу разлагања котангенса на елементарне разломке, $\cot \pi x - \frac{1}{\pi x} = -\frac{2x}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - x^2}$.
- на основу претходне формуле, извести формулу $\sin \pi x = \pi x \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{x^2}{n^2})$, $|x| \leq q < 1$.

3. Решити диференцијалну једначину

$$xyy'' + (\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - x)y'^2 - yy' = 0.$$

4. Решити следећи Гурсаов проблем:

$$y^2 u_{xx} + u_{xy} = 0, \quad y^3 - 8 < 3x < y^3, \quad 0 < y < 2,$$
$$u|_{y=2} = 3x + 8, \quad u|_{3x=y^3} = 2y^3.$$

Испит из Математике 3, Б смер, 14.7.2022.

1. Испитати условну и апсолутну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin n}{(n+1) \ln(n+1)}$$

2. Разложити у Фуријеов ред функцију $f(x) = \cos ax$, $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$, $-\pi < x < \pi$ и

- извести формулу разлагања котангенса на елементарне разломке, $\cot \pi x - \frac{1}{\pi x} = -\frac{2x}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 - x^2}$.
- на основу претходне формуле, извести формулу $\sin \pi x = \pi x \prod_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{x^2}{n^2})$, $|x| \leq q < 1$.

3. Решити диференцијалну једначину

$$xyy'' + (\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - x)y'^2 - yy' = 0.$$

4. Решити следећи Гурсаов проблем:

$$y^2 u_{xx} + u_{xy} = 0, \quad y^3 - 8 < 3x < y^3, \quad 0 < y < 2,$$
$$u|_{y=2} = 3x + 8, \quad u|_{3x=y^3} = 2y^3.$$