

ИСПИТ

Математика IIIБ

8. фебруар 2019.

1. а) Испитати равномерну конвергенцију функционалног реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 n^2}{x^4 + n^4} \arctan \sqrt{\frac{x}{n}}$ на скуповима $E_1 = (0, 1)$ и $E_2 = (\delta, \infty)$, $\delta > 0$.

б) Израчунати интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x}{1+e^x} dx$.

2. Нека је $0 < h \leq \frac{\pi}{2}$ и f_h 2π -периодична функција дефинисана са

$$f_h(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{2h} & |x| \leq 2h, \\ 0 & 2h < x \leq \pi. \end{cases}$$

а) Наћи Фуријеов ред функције f_h и његову суму.

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin nh}{nh}\right)^2$ за $0 < h \leq \frac{\pi}{2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$.

3. Решити једначину: $x^2 y'' + 4xy' + 2y = 2 \ln^2 x + 12x$.

4. Решити систем једначина:

$$y'' + y' + z' - 2z = 0,$$

$$y' - z' + y = 0.$$

5. Решити Кошијев проблем квазилинеарне ПДЈ: $(2z - y) \frac{\partial z}{\partial x} + (x + z) \frac{\partial z}{\partial y} = -2x - y$, $y^2 + z^2 = 2y + z$, $x = 1$.