

Задаци, Математика III

Зора Голубовић

Децембар, 2019

1 час, Диференцијалне једначине I

1. (Коси хитац) Тело масе 1кг је испаљено из координатног почетка под оштрим углом α са почетном брзином v_0 . Извести једначину кретања тела у равни из Другог Њутновог закона.

2. Пројектили се испаљују са површине земље истом почетном брзином $v_0 > 0$ под променљивим углом α , $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Доказати да тачке у којима се достижу максималне висине леже на елипси $x^2 + 4(y - \frac{v_0^2}{4g})^2 = \frac{v_0^4}{4g^2}$.

3. Решити ДЈ $x' = (1 + x^2)e^t$.

4. Наћи решење ДЈ $3tx' - x = \ln(t) + 1$ које задовољава услов $x(1) = -2$.

5. Наћи решење ДЈ $x' + \frac{4}{t}x = t^3x^3$ за $t > 0$ које задовољава почетни услов $x(2) = -1$.

6. Решити Кошијев задатак $2tx - 9t^2 + (2x + t^2 + 1)\frac{dx}{dt} = 0$ са почетним условом $x(0) = -3$.

7. Одредити решење ДЈ $txx' + 4t^2 + x^2 = 0$, $t > 0$ са почетним условом $x(2) = -7$.

8. Решити ДЈ $x' = (4t - x + 1)^2$ и наћи решење које задовољава почетни услов $x(0) = 2$.

9. Формирати низ итерација из доказа Пикарове теореме за ДЈ $x' = x + 2$, $x(0) = 2$ и решити је на овај начин.

10. Решити ДЈ $\ln(y') + xy' + ay + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$.

11. Решити ДЈ $x = \frac{y''}{\sqrt{1+y''^2}}$.

12. Одредити решења ДЈ $y'' - xy''' + y'' = 0$ за почетне услове $y(-1) = 1$, $y'(-1) = 1$, $y''(-1) = 0$.

13. Решити ДЈ $yy'' - 2yy' \ln y - y'^2 = 0$.

14. Решити ДЈ $x^2(yy'' - y'^2) + xy y' = y\sqrt{x^2y'' + y^2}$.

15. Решити ДЈ $x^4y'' - (2xy + x^3)y' + 4y^2 = 0$.

16. Решити ДЈ $y'' - y = \frac{2e^x}{e^x - 1}$.

17. Решити $x^2y'' + 4xy' + 2y = 2 \ln^2 x + 12x$.