

Вежбе, Анализа 2

Ц смер

1.4.2020. године

1. Израчунати мешовите парцијалне изводе функције

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & x = y = 0. \end{cases}$$

у тачки $(0, 0)$.

Како је $f'_x = y[\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} + \frac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^2}]$ за $(x, y) \neq (0, 0)$ и $f'_x(0, 0) = 0$, то је

$$f''_{xy}(0, 0) = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{f'_x(0, y) - f'_x(0, y)}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{-y}{y} = -1$$

. Слично,

$$f''_{xy}(0, 0) = 1.$$

Приметимо да мешовити парцијални изводи у датој тачки не морају бити једнаки.

Теорема: Нека функција $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ (A је отворен подскуп \mathbb{R}) има друге мешовите парцијалне изводе $f''_{x_i x_j}$ и $f''_{x_j x_i}$ за све $x \in A$ и нека су у датој тачки ти изводи непрекидни. Тада су у тој тачки и непрекидни.