Први колоквијум из Математике 2 - 20.04.2024.

1. Нека је $A_a = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ и $b = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ a \end{pmatrix}$. а) У зависности од $a \in \mathbb{R}$, решити матричну једначину $A_a X = b$.

   б) Одредити сопствене потпросторе; карактеристични и минимални полином матрице A_0. Може ли се матрица A_0 дијагонализовати? Наћи A_0^{2024}.

2. Одредити једначину равни π која садржи праву $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$ и нормална је на раван $\alpha : 2x - 4y + z + 5 = 0$. Колико је растојање координатног почетка од равни π?

3. Нека су функције $d_1, d_2 : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ дефинисане са

$$d_1(x, y) = \sum_{k=1}^{n} 2^{-k} \frac{|x_k - y_k|}{1 + |x_k - y_k|}.$$

$$d_2(x, y) = d_1(x, y) + 1 - e^{-d_1(x,y)}.$$

   а) Доказати да је $(\mathbb{R}^n, d_1)$ метрички простор и одредити скупове $B(\mathbf{0}, 1)$, $S(\mathbf{0}, 1)$, где је $\mathbf{0} = (0, 0, \dots 0)$.

   б) Испитати да ли је $(\mathbb{R}^n, d_2)$ компактан метрички простор.

   в) Да ли су метрике d_1 и d_2 еквивалентне?

Први колоквијум из Математике 2 - 20.04.2024.

1. Нека је $A_a = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ и $b = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ a \end{pmatrix}$. а) У зависности од $a \in \mathbb{R}$, решити матричну једначину $A_a X = b$.

   б) Одредити сопствене потпросторе; карактеристични и минимални полином матрице A_0. Може ли се матрица A_0 дијагонализовати? Наћи A_0^{2024}.

2. Одредити једначину равни π која садржи праву $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$ и нормална је на раван $\alpha : 2x - 4y + z + 5 = 0$. Колико је растојање координатног почетка од равни π?

3. Нека су функције $d_1, d_2 : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ дефинисане са

$$d_1(x, y) = \sum_{k=1}^{n} 2^{-k} \frac{|x_k - y_k|}{1 + |x_k - y_k|}.$$

$$d_2(x, y) = d_1(x, y) + 1 - e^{-d_1(x,y)}.$$

   а) Доказати да је $(\mathbb{R}^n, d_1)$ метрички простор и одредити скупове $B(\mathbf{0}, 1)$, $S(\mathbf{0}, 1)$, где је $\mathbf{0} = (0, 0, \dots 0)$.

   б) Испитати да ли је $(\mathbb{R}^n, d_2)$ компактан метрички простор.

   в) Да ли су метрике d_1 и d_2 еквивалентне?

Први колоквијум из Математике 2 - 20.04.2024.

1. Нека је $A_a = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ и $b = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ a \end{pmatrix}$. а) У зависности од $a \in \mathbb{R}$, решити матричну једначину $A_a X = b$.

   б) Одредити сопствене потпросторе; карактеристични и минимални полином матрице A_0. Може ли се матрица A_0 дијагонализовати? Наћи A_0^{2024}.

2. Одредити једначину равни π која садржи праву $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$ и нормална је на раван $\alpha : 2x - 4y + z + 5 = 0$. Колико је растојање координатног почетка од равни π?

3. Нека су функције $d_1, d_2 : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ дефинисане са

$$d_1(x, y) = \sum_{k=1}^{n} 2^{-k} \frac{|x_k - y_k|}{1 + |x_k - y_k|}.$$

$$d_2(x, y) = d_1(x, y) + 1 - e^{-d_1(x,y)}.$$

   а) Доказати да је $(\mathbb{R}^n, d_1)$ метрички простор и одредити скупове $B(\mathbf{0}, 1)$, $S(\mathbf{0}, 1)$, где је $\mathbf{0} = (0, 0, \dots 0)$.

   б) Испитати да ли је $(\mathbb{R}^n, d_2)$ компактан метрички простор.

   в) Да ли су метрике d_1 и d_2 еквивалентне?