

**Испит из Математике 3, Ц смер - 25.1.2024.**

1. Нека је низ  $a_n$  задат са  $a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n}$  за  $n \geq 0$  и  $a_0 = 0$ .

- Испитати условну и апсолутну конвергенцију реда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{a_n}{n}$  и сумирати га.
- Одредити област конвергенције реда степеног реда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$  и сумирати га.

2. Развити функцију

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; \\ -\cos x, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi. \end{cases}$$

- у косинусни ред,
- у синусни ред.

Наћи суму реда  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4k^2-1}$ .

3. Одредити оно Кошијево решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x'(t) &= 4x(t) - y(t), \\ y'(t) &= 3x(t) + y(t) - z(t), \\ z'(t) &= x(t) + z(t), \end{aligned}$$

које задовољава почетни услов  $x(0) = 1, y(0) = 2, z(0) = 0$ .

4. Одредити (ако постоје) потпуни, општи и сингуларни интеграл парцијалне диференцијалне једначине  $p^2z + q^2 - 4 = 0$ , као и Кошијев интеграл за почетни услов  $z(x, 0) = 2x$ .

5. Решити мешовити проблем

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} + \frac{2}{\pi} + \pi \cos(\pi t) + x \sin(\pi t), \quad (x, t) \in (0, \pi) \times (0, \infty), \\ u(0, t) &= \sin(\pi t), \quad u(\pi, t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t), \quad t > 0, \\ u(x, 0) &= \frac{x^2}{\pi}, \quad x \in (0, \pi). \end{aligned}$$

**Испит из Математике 3, Ц смер - 25.1.2024.**

1. Нека је низ  $a_n$  задат са  $a_{n+1} = \frac{1}{2-a_n}$  за  $n \geq 0$  и  $a_0 = 0$ .

- Испитати условну и апсолутну конвергенцију реда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{a_n}{n}$  и сумирати га.
- Одредити област конвергенције реда степеног реда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$  и сумирати га.

2. Развити функцију

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; \\ -\cos x, & \frac{\pi}{2} < x \leq \pi. \end{cases}$$

- у косинусни ред,
- у синусни ред.

Наћи суму реда  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{4k^2-1}$ .

3. Одредити оно Кошијево решење система диференцијалних једначина

$$\begin{aligned} x'(t) &= 4x(t) - y(t), \\ y'(t) &= 3x(t) + y(t) - z(t), \\ z'(t) &= x(t) + z(t), \end{aligned}$$

које задовољава почетни услов  $x(0) = 1, y(0) = 2, z(0) = 0$ .

4. Одредити (ако постоје) потпуни, општи и сингуларни интеграл парцијалне диференцијалне једначине  $p^2z + q^2 - 4 = 0$ , као и Кошијев интеграл за почетни услов  $z(x, 0) = 2x$ .

5. Решити мешовити проблем

$$\begin{aligned} u_t &= u_{xx} + \frac{2}{\pi} + \pi \cos(\pi t) + x \sin(\pi t), \quad (x, t) \in (0, \pi) \times (0, \infty), \\ u(0, t) &= \sin(\pi t), \quad u(\pi, t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t), \quad t > 0, \\ u(x, 0) &= \frac{x^2}{\pi}, \quad x \in (0, \pi). \end{aligned}$$