

Испит из Математике 3, Б смер - 25.1.2024.

1. Нека је дата функција $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$, $D_f \subset \mathbb{R}$, $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx} \sin(nx)}{n}$.

- Одредити област дефинисаности D_f функције f .
- Испитати равномерну конвергенцију посматраног функционалног реда на $(0, \infty)$ и скуповима облика $[a, \infty)$, за $a > 0$. Да ли је f непрекидна у својој области дефинисаности D_f ?
- Израчунати $\int_0^{\infty} f(x) dx$.

2. Решити једначину $x^2 y''' - 4x^2 y'' + (8x + x^3) y' - 2(4 + x^2) y = 0$.

3. Одредити оно Кошијево решење система диференцијалних једначина

$$x'(t) = 4x(t) - y(t),$$

$$y'(t) = 3x(t) + y(t) - z(t),$$

$$z'(t) = x(t) + z(t),$$

које задовољава почетни услов

$$x(0) = 1, y(0) = 2, z(0) = 0.$$

4. Решити мешовити проблем

$$u_t = u_{xx} + \frac{2}{\pi} + \pi \cos(\pi t) + x \sin(\pi t), (x, t) \in (0, \pi) \times (0, \infty),$$

$$u(0, t) = \sin(\pi t), u(\pi, t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t), t > 0,$$

$$u(x, 0) = \frac{x^2}{\pi}, x \in (0, \pi).$$

Испит из Математике 3, Б смер - 25.1.2024.

1. Нека је дата функција $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$, $D_f \subset \mathbb{R}$, $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx} \sin(nx)}{n}$.

- Одредити област дефинисаности D_f функције f .
- Испитати равномерну конвергенцију посматраног функционалног реда на $(0, \infty)$ и скуповима облика $[a, \infty)$, за $a > 0$. Да ли је f непрекидна у својој области дефинисаности D_f ?
- Израчунати $\int_0^{\infty} f(x) dx$.

2. Решити једначину $x^2 y''' - 4x^2 y'' + (8x + x^3) y' - 2(4 + x^2) y = 0$.

3. Одредити оно Кошијево решење система диференцијалних једначина

$$x'(t) = 4x(t) - y(t),$$

$$y'(t) = 3x(t) + y(t) - z(t),$$

$$z'(t) = x(t) + z(t),$$

које задовољава почетни услов

$$x(0) = 1, y(0) = 2, z(0) = 0.$$

4. Решити мешовити проблем

$$u_t = u_{xx} + \frac{2}{\pi} + \pi \cos(\pi t) + x \sin(\pi t), (x, t) \in (0, \pi) \times (0, \infty),$$

$$u(0, t) = \sin(\pi t), u(\pi, t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t), t > 0,$$

$$u(x, 0) = \frac{x^2}{\pi}, x \in (0, \pi).$$