Испит из Математике 3, Ц смер - 13.2.2024.

1. Нека је дата функција $f: D_f \to \mathbb{R}$, $D_f \subset \mathbb{R}$, $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}(x-1)^n$.

   а) Одредити област дефинисаности функције D_f и испитати непрекидност функције f унутар D_f. Да ли се функција f може диференцирати/интегралити унутар области дефинисаности?

   б) Одредити $f(2)$, $\int\limits_0^1 f(x)dx$ и $f'(2)$.

2. Функцију задату са
$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & 0 \le x \le \pi \\ 0 & \pi \le x \le 2\pi, \end{cases}$$
и 2π-периодично продужену, развити у Фуријеов ред и наћи суме редова $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n\sin(n)}{4n^2-1}$.

3. Одредити оно Кошијево решење диференцијалне једначине (у зависности од $a \in \mathbb{R}$)
$$y'' - 3y' + 2y = (2-a)e^{ax}$$
које задовољава почетни услов
$$y(0) = 0, \;\; y'(0) = 1.$$

4. Одредити потпуни, општи и сингуларни интеграл парцијалне диференцијалне једначине $(p^2+q^2)y = qz$, као и Кошијев интеграл за почетни услов $z(x,0) = x$.

5. Решити мешовити проблем
$u_{tt} = u_{xx} + \frac{2}{\pi} - \pi^2 \sin(\pi t) + \pi x \cos(\pi t)$, $(x,t) \in (0,\pi) \times (0,\infty)$,
$u(0,t) = \sin(\pi t)$, $u(\pi,t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t)$, $t > 0$,
$u(x,0) = \frac{x^2}{\pi}$, $u_t(x,0) = \pi$, $x \in (0,\pi)$.

Испит из Математике 3, Ц смер - 13.2.2024.

1. Нека је дата функција $f: D_f \to \mathbb{R}$, $D_f \subset \mathbb{R}$, $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}(x-1)^n$.

   а) Одредити област дефинисаности функције D_f и испитати непрекидност функције f унутар D_f. Да ли се функција f може диференцирати/интегралити унутар области дефинисаности?

   б) Одредити $f(2)$, $\int\limits_0^1 f(x)dx$ и $f'(2)$.

2. Функцију задату са
$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & 0 \le x \le \pi \\ 0 & \pi \le x \le 2\pi, \end{cases}$$
и 2π-периодично продужену, развити у Фуријеов ред и наћи суме редова $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n\sin(n)}{4n^2-1}$.

3. Одредити оно Кошијево решење диференцијалне једначине (у зависности од $a \in \mathbb{R}$)
$$y'' - 3y' + 2y = (2-a)e^{ax}$$
које задовољава почетни услов
$$y(0) = 0, \;\; y'(0) = 1.$$

4. Одредити потпуни, општи и сингуларни интеграл парцијалне диференцијалне једначине $(p^2+q^2)y = qz$, као и Кошијев интеграл за почетни услов $z(x,0) = x$.

5. Решити мешовити проблем
$u_{tt} = u_{xx} + \frac{2}{\pi} - \pi^2 \sin(\pi t) + \pi x \cos(\pi t)$, $(x,t) \in (0,\pi) \times (0,\infty)$,
$u(0,t) = \sin(\pi t)$, $u(\pi,t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t)$, $t > 0$,
$u(x,0) = \frac{x^2}{\pi}$, $u_t(x,0) = \pi$, $x \in (0,\pi)$.

Испит из Математике 3, Ц смер - 13.2.2024.

1. Нека је дата функција $f : D_f \to \mathbb{R}$, $D_f \subset \mathbb{R}$, $f(x) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}(x-1)^n$.

   а) Одредити област дефинисаности функције D_f и испитати непрекидност функције f унутар D_f. Да ли се функција f може диференцирати/интегралити унутар области дефинисаности?

   б) Одредити $f(2)$, $\int\limits_0^1 f(x)dx$ и $f'(2)$.

2. Функцију задату са

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x) & 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \pi \leq x \leq 2\pi, \end{cases}$$

   и 2π-периодично продужену, развити у Фуријеов ред и наћи суме редова $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin(n)}{4n^2-1}$.

3. Одредити оно Кошијево решење диференцијалне једначине (у зависности од $a \in \mathbb{R}$)

$$y'' - 3y' + 2y = (2-a)e^{ax}$$

   које задовољава почетни услов

$$y(0) = 0, \;\; y'(0) = 1.$$

4. Одредити потпуни, општи и сингуларни интеграл парцијалне диференцијалне једначине $(p^2+q^2)y = qz$, као и Кошијев интеграл за почетни услов $z(x,0) = x$.

5. Решити мешовити проблем
   $u_{tt} = u_{xx} + \frac{2}{\pi} - \pi^2 \sin(\pi t) + \pi x \cos(\pi t)$, $(x,t) \in (0,\pi) \times (0,\infty)$,
   $u(0,t) = \sin(\pi t)$, $u(\pi,t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t)$, $t > 0$,
   $u(x,0) = \frac{x^2}{\pi}$, $u_t(x,0) = \pi$, $x \in (0,\pi)$.