Испит из Математике 3, Б смер - 13.2.2024.

1. Одредити $\alpha, a, b \in \mathbb{R}$ такве да важи једнакост $\displaystyle\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^\alpha} dx = a + b \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k-\alpha}$.

2. Одредити екстремалу функционала
$$\int_1^e [x^2 y''^2 + \frac{z'^2}{2} + 2y + 4(y+z)\ln x] dx$$
која задовољава $y(1) = \frac{5}{4}$, $y(e) = \frac{3e^2}{4}$, $y'(1) = 2$, $y'(e) = e$, $z(1) = 0$, $z(e) = 2e$.

3. Одредити потпуни, општи и сингуларни интеграл парцијалне диференцијалне једначине $(p^2+q^2)y = qz$, као и Кошијев интеграл за почетни услов $z(x,0) = x$.

4. Решити мешовити проблем
$u_{tt} = u_{xx} + \frac{2}{\pi} - \pi^2 \sin(\pi t) + \pi x \cos(\pi t)$, $(x,t) \in (0,\pi) \times (0,\infty)$,
$u(0,t) = \sin(\pi t)$, $u(\pi,t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t)$, $t > 0$,
$u(x,0) = \frac{x^2}{\pi}$, $u_t(x,0) = \pi$, $x \in (0,\pi)$,

Испит из Математике 3, Б смер - 13.2.2024.

1. Одредити $\alpha, a, b \in \mathbb{R}$ такве да важи једнакост $\displaystyle\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^\alpha} dx = a + b \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k-\alpha}$.

2. Одредити екстремалу функционала
$$\int_1^e [x^2 y''^2 + \frac{z'^2}{2} + 2y + 4(y+z)\ln x] dx$$
која задовољава $y(1) = \frac{5}{4}$, $y(e) = \frac{3e^2}{4}$, $y'(1) = 2$, $y'(e) = e$, $z(1) = 0$, $z(e) = 2e$.

3. Одредити потпуни, општи и сингуларни интеграл парцијалне диференцијалне једначине $(p^2+q^2)y = qz$, као и Кошијев интеграл за почетни услов $z(x,0) = x$.

4. Решити мешовити проблем
$u_{tt} = u_{xx} + \frac{2}{\pi} - \pi^2 \sin(\pi t) + \pi x \cos(\pi t)$, $(x,t) \in (0,\pi) \times (0,\infty)$,
$u(0,t) = \sin(\pi t)$, $u(\pi,t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t)$, $t > 0$,
$u(x,0) = \frac{x^2}{\pi}$, $u_t(x,0) = \pi$, $x \in (0,\pi)$,

Испит из Математике 3, Б смер - 13.2.2024.

1. Одредити $\alpha, a, b \in \mathbb{R}$ такве да важи једнакост $\displaystyle\int_0^1 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^\alpha} dx = a + b \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k-\alpha}$.

2. Одредити екстремалу функционала
$$\int_1^e [x^2 y''^2 + \frac{z'^2}{2} + 2y + 4(y+z)\ln x] dx$$
која задовољава $y(1) = \frac{5}{4}$, $y(e) = \frac{3e^2}{4}$, $y'(1) = 2$, $y'(e) = e$, $z(1) = 0$, $z(e) = 2e$.

3. Одредити потпуни, општи и сингуларни интеграл парцијалне диференцијалне једначине $(p^2+q^2)y = qz$, као и Кошијев интеграл за почетни услов $z(x,0) = x$.

4. Решити мешовити проблем
$u_{tt} = u_{xx} + \frac{2}{\pi} - \pi^2 \sin(\pi t) + \pi x \cos(\pi t)$, $(x,t) \in (0,\pi) \times (0,\infty)$,
$u(0,t) = \sin(\pi t)$, $u(\pi,t) = \sin(\pi t) - \cos(\pi t)$, $t > 0$,
$u(x,0) = \frac{x^2}{\pi}$, $u_t(x,0) = \pi$, $x \in (0,\pi)$,