

Први колоквијум из Математике 3, Б смер - 9.12.2023.

1. У зависности од параметара $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ испитати обичну и апсолутну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^{\alpha}} (1 + \frac{1}{n})^{n+\beta}$.
2. За које вредности параметра $\alpha \in \mathbb{R}$
 - а) низ $f_n(x) = n^{\alpha} x e^{-nx}$, $n \in \mathbb{N}$ конвергира тачка-по-тачка на сегменту $[0, 1]$,
 - б) низ $f_n(x)$ равномерно конвергира на сегменту $[0, 1]$?

Да ли се за $\alpha < 2$ може граничном вредношћу ући под знак интеграла: $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$?

3. Функцију задату са

$$f_h(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq h; \\ 1, & h < |x| \leq \pi. \end{cases}$$

за $0 < h \leq \pi$ и 2π -периодично продужену, развити у Фуријеов ред и наћи суме редова $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(nh)}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2nh)}{n}$.

4. Нека је $L(y) = (x-2)^3 y'' + 3(x-2)^2 y' + (x-2)y$.

- а) Решити диференцијалну једначину $L(y) = 0$.
- б) Решити диференцијалну једначину $L(y) = \frac{\ln(x-2)}{1+\ln^2(x-2)}$.

Први колоквијум из Математике 3, Б смер - 9.12.2023.

1. У зависности од параметара $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ испитати обичну и апсолутну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^{\alpha}} (1 + \frac{1}{n})^{n+\beta}$.
2. За које вредности параметра $\alpha \in \mathbb{R}$
 - а) низ $f_n(x) = n^{\alpha} x e^{-nx}$, $n \in \mathbb{N}$ конвергира тачка-по-тачка на сегменту $[0, 1]$,
 - б) низ $f_n(x)$ равномерно конвергира на сегменту $[0, 1]$?

Да ли се за $\alpha < 2$ може граничном вредношћу ући под знак интеграла: $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$?

3. Функцију задату са

$$f_h(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq h; \\ 1, & h < |x| \leq \pi. \end{cases}$$

за $0 < h \leq \pi$ и 2π -периодично продужену, развити у Фуријеов ред и наћи суме редова $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(nh)}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2nh)}{n}$.

4. Нека је $L(y) = (x-2)^3 y'' + 3(x-2)^2 y' + (x-2)y$.

- а) Решити диференцијалну једначину $L(y) = 0$.
- б) Решити диференцијалну једначину $L(y) = \frac{\ln(x-2)}{1+\ln^2(x-2)}$.

Први колоквијум из Математике 3, Б смер - 9.12.2023.

1. У зависности од параметара $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ испитати обичну и апсолутну конвергенцију реда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^{\alpha}} (1 + \frac{1}{n})^{n+\beta}$.
2. За које вредности параметра $\alpha \in \mathbb{R}$
 - а) низ $f_n(x) = n^{\alpha} x e^{-nx}$, $n \in \mathbb{N}$ конвергира тачка-по-тачка на сегменту $[0, 1]$,
 - б) низ $f_n(x)$ равномерно конвергира на сегменту $[0, 1]$?

Да ли се за $\alpha < 2$ може граничном вредношћу ући под знак интеграла: $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$?

3. Функцију задату са

$$f_h(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq h; \\ 1, & h < |x| \leq \pi. \end{cases}$$

за $0 < h \leq \pi$ и 2π -периодично продужену, развити у Фуријеов ред и наћи суме редова $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(nh)}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2nh)}{n}$.

4. Нека је $L(y) = (x-2)^3 y'' + 3(x-2)^2 y' + (x-2)y$.

- а) Решити диференцијалну једначину $L(y) = 0$.
- б) Решити диференцијалну једначину $L(y) = \frac{\ln(x-2)}{1+\ln^2(x-2)}$.