

1 Математика 3

1.1 Диференцијалне једначине

1.2 Степени редови

1. У близини координатног почетка одредити опште решење диференцијалне једначине $2(x^2 + x^3)y'' - (x - 3x^2)y' + y = 0$.

Решење. $y_1(x) = \frac{c_1x + c_2|x|^{\frac{1}{2}}}{1+x}$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

2. Решити диференцијалну једначину $x^2y'' + (x^2 - 3x)y' - (x - 4)y = 0$.

Решење. $y(x) = c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$, $y_1(x) = x^2e^{-x}$,
 $y_2(x) = x^2 \ln|x|e^{-x} + x^2(x - \frac{3}{4}x^2 + \frac{11}{36}x^3 + \dots)$, $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

1.3 Гринова функција

$$G(t, s) = \begin{cases} \frac{x_1(t)x_2(s)}{W(s)}, & \alpha \leq t \leq s, \\ \frac{x_1(s)x_2(t)}{W(s)}, & s \leq t \leq \beta. \end{cases}$$

3. Наћи Гринову функцију за гранични задатак $t^2x'' - 2x = f(x)$, $x(1) = 0$, $x(2) + 2x'(2) = 0$.

Решење.

$$G(t, s) = \begin{cases} \frac{1-t^3}{3st}, & 1 \leq t \leq s, \\ \frac{1-s^3}{3st}, & s \leq t \leq 2. \end{cases}$$

4. Наћи Гринову функцију за гранични задатак $x'' - x = f(t)$, $x(t)$ ограничено за $t \rightarrow \pm\infty$.

Решење.

$$G(t, s) = \begin{cases} \frac{e^{t-s}}{2}, & -\infty \leq t \leq s, \\ \frac{e^{s-t}}{2}, & s \leq t \leq \infty. \end{cases}$$