

# МАТЕМАТИКА 3 Ц

## Писмени испит

Јануарски испитни рок  
24.1.2019.

**Задатак 1.** Нека је функционални низ  $\{f_n\}_{n=1}^{+\infty}$  дефинисан са

$$f_n(x) = nx(1-x^2)^n, \quad x \in [0, 1], \quad n \in \mathbb{N}.$$

(а) Испитати да ли је  $\{f_n\}_{n=1}^{+\infty}$  равномерно конвергентан на  $[0, 1]$ .

(б) Израчунати

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x) \, dx.$$

**Задатак 2.** Одредити Фуријеов развој функције  $f : (-2, 2) \rightarrow \mathbb{R}$  која је дата са

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x \leq 0, \\ \frac{x}{2}, & 0 < x < 2. \end{cases}$$

На основу Фуријеовог развоја функције  $f$  израчунати суму реда

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}.$$

**Задатак 3.** Решити Кошијев проблем

$$Y' = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} Y + \begin{bmatrix} 2te^t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

**Задатак 4.** Решити систем интегралних једначина

$$f(x) = e^x - \int_0^x f(t) \, dt + 4 \int_0^x e^{x-t} g(t) \, dt,$$

$$g(x) = 1 - \int_0^x e^{-(x-t)} f(t) \, dt + \int_0^x g(t) \, dt.$$