

МАТЕМАТИКА 3 Ц

Писмени испит

Октобарски испитни рок

19. 9. 2019.

1. У зависности од параметра $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ испитати апсолутну и обичну конвергенцију реда

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(-1)^n + n^a}.$$

2. Нека је за свако $n \in \mathbb{N}$ дефинисана функција $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$f_n(x) = \frac{nx + x^2 + n^2}{x^2 + n^2}.$$

(а) Доказати да је функционални низ $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ тачкасто конвергентан на скупу \mathbb{R} .

(б) Доказати да је функционални низ $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ равномерно конвергентан на сегменту $[0, 1]$.

(в) Да ли је функционални низ $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ равномерно конвергентан на скупу \mathbb{R} ?

3. Решити интегралну једначину

$$f(x) = 1 + 2 \int_0^x f(t) \cos(x-t) dt.$$

4. Решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{cases} x'(t) = -x(t) + y(t) + \sin^2 t \\ y'(t) = 4x(t) + 2y(t) + \cos^2 t. \end{cases}$$