

# МАТЕМАТИКА 3 Ц

## Писмени испит

Септембарски испитни рок

29. 8. 2019.

1. У зависности од параметра  $a \in [0, +\infty)$  испитати конвергенцију реда

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k^2}{\left(a + \frac{1}{k}\right)^k}.$$

2. Нека је функција  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  дефинисана са  $f(x) = x - [x]$ .

(а) Развити функцију  $f$  у Фуријеов ред на скупу  $\mathbb{R}$  и сумирати добијени ред.

(б) Израчунати суму реда

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2}.$$

3. Одредити опште решење диференцијалне једначине

$$y'''(x) + 3y''(x) - 10y'(x) = x - 3.$$

4. Решити систем интегралних једначина

$$\begin{cases} \Phi_1(x) = 1 + x + \int_0^x \Phi_2(t) dt \\ \Phi_2(x) = -1 + \cos x - \int_0^x \Phi_1(t) dt \\ \Phi_3(x) = -x + \int_0^x (x-t)\Phi_1(t) dt. \end{cases}$$

**Напомена.** Нека је  $x \in \mathbb{R}$ . Ознака  $[x]$  представља цео део броја  $x$  који није већи од  $x$ .