

МАТЕМАТИКА 2 Ц

Писмени испит

Октобарски испитни рок

19. 9. 2019.

1. У зависности од параметра $a \in \mathbb{R}$ дискутовати и решити систем једначина

$$\begin{aligned}x + y - 3z &= 1 \\ -2x + y + z &= 2 \\ -x + 2y + a \cdot z &= 3 \\ x + 4y + 4a \cdot z &= 1 - 2a.\end{aligned}$$

2. Дате су праве

$$(p): \frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-12}{-1} \quad \text{и} \quad (q): \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}.$$

Доказати да су праве p и q мимоилазне, одредити њихову заједничку нормалу и међусобно растојање.

3. Одредити тачке локалних екстремума функције $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ дефинисане са

$$f(x, y, z) = 2x^2 - xy + 2xz - y + y^3 + z^2.$$

Да ли функција f има глобални минимум или глобални максимум?

4. Нека је $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq x\}$. Израчунати интеграл

$$\iint_D y^2 \, dx \, dy.$$

5. Израчунати интеграл

$$\oint_{\ell} 2(x^2 + y^2) \, dx + (x + y)^2 \, dy,$$

где је ℓ позитивно оријентисана контура троугла са теменима $A(1, 1)$, $B(2, 2)$ и $C(1, 3)$.