

# МАТЕМАТИКА 2 Б

## Писмени испит

Јулски испитни рок

10. 7. 2020.

1. Нека је за свако  $a \in \mathbb{R}$  дата матрица

$$A_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & a & a+2 \\ 4 & 7 & 2a-1 & 3a+2 \end{bmatrix} \quad \text{као и матрица} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 10 & 10 \\ 12 & 12 \\ 17 & 17 \end{bmatrix}.$$

(а) У зависности од параметра  $a$  одредити ранг матрице  $A_a$ .

(б) Одредити ранг матрице  $A_{\frac{3}{2}}$ .

(в) Решити једначину  $A_1 \cdot X = B$ .

2. Одредити једначину равни која је нормална на пресек датих равни

$$\alpha : x + 2y = 3 \quad \text{и} \quad \beta : -2x + z = 1$$

и која је на растојању  $\sqrt{21}$  од координатног почетка.

3. Нека је дато  $D = [1, 2]^2$  и функција  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  дефинисана са

$$f(x, y) = (x + y) \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right).$$

(а) Израчунати  $\min_{(x,y) \in D} f(x, y)$  и  $\max_{(x,y) \in D} f(x, y)$  као и тачке у којима се ове вредности постижу.

(б) Одредити скуп  $f(D)$ .

(в) Да ли је функција  $f$  равномерно непрекидна на скупу  $D$ ?

(г) Израчунати запремину тела  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, 0 \leq z \leq f(x, y)\}$ .

4. Дате су површи  $S_1 : x^2 + y^2 + z^2 = 13$ ,  $S_2 : x^2 + y^2 + z^2 = 7$  и  $S_3 : x^2 + z^2 + y = 1$ .

(а) Израчунати површину мањег тела ограниченог површима  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ .

(б) Нека је  $S$  спољна страна дела површи  $S_3$  између површи  $S_1$  и  $S_2$ . Израчунати интеграл

$$\iint_S x \, dy \, dz + y \, dz \, dx + z \, dx \, dy.$$