

МАТЕМАТИКА 3 Б

Писмени испит

Јунски испитни рок

24. 6. 2020.

1. Нека је дат ред $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx}{(n^2+x)^2}$ за свако $x \in \mathbb{R}$.

(а) Испитати равномерну конвергенцију датог реда на скуповима $[1, 2]$ и $[0, +\infty)$.

(б) Израчунати

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx}{(n^2+x)^2}.$$

2. Израчунати

(а) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$

(б) $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx$.

3. Одредити параметар $\lambda \in \mathbb{R}$ тако да се сва решења диференцијалне једначине

$$y''(x) + 2y'(x) + (\lambda^2 + 1) \cdot y(x) = 0$$

анулирају у $x = 0$ и $x = 2\pi$ као и у још две различите тачке из интервала $(0, 2\pi)$.

4. У зависности од $b \in \mathbb{R}$ одредити опште решење система диференцијалних једначина

$$\begin{cases} x'(t) = 3b \cdot x(t) + (1 - 2b) \cdot y(t) \\ y'(t) = b \cdot x(t) + y(t) + 4e^{2t}. \end{cases}$$

5. (а) Наћи опште решење парцијалне диференцијалне једначине

$$(2z - 3y) \frac{\partial u}{\partial x} + (3x - z) \frac{\partial u}{\partial y} + (y - 2x) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

(б) Одредити све функције које задовољавају услове

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) \sin x - y(x) = 0, \\ y(0) = y(\pi) = 0. \end{cases}$$

Напомена. У делу под (а) другог задатка може се користити Фуријеов ред функције $f(x) = x^2$ на $[-\pi, \pi]$.