

# МАТЕМАТИКА 3 Б

## Писмени испит

26. август 2020.

1. Израчунати интеграл

$$\int_0^1 \frac{dx}{[1 - \log_2(1-x)]}.$$

2. Нека је функција  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$  дефинисана са

$$f(x) = \frac{\pi \operatorname{ch} x}{2 \operatorname{sh} \pi}.$$

(а) Развити у Фуријеов ред функцију  $f$  и одредити суму добијеног реда.

(б) Израчунати суме редова

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{1+n^2} \quad \text{и} \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos n}{1+n^2}.$$

3. За  $-1 < x < 1$  решити диференцијалну једначину

$$(1-x^2)y''(x) - xy'(x) + 4y(x) = 0.$$

4. За  $t > 0$  решити систем диференцијалних једначина

$$\begin{cases} 3t \cdot x'(t) = 2x(t) + y(t) - z(t) \\ 2t \cdot y'(t) = x(t) + 3y(t) + z(t) \\ 6t \cdot z'(t) = -x(t) + 7y(t) + 5z(t). \end{cases}$$

5. Нека су дате реалне константе  $a, b$  и  $c$ . Одредити опште решење једначине

$$(bz - cy) \frac{\partial u}{\partial x} + (cx - az) \frac{\partial u}{\partial y} + (ay - bx) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$