

МАТЕМАТИКА 2 Б

Писмени испит

Августовски испитни рок

26. 8. 2020.

1. Нека је за произвољне $a, b \in \mathbb{R}$ и свако $n \in \mathbb{N}$ дата матрица

$$M_n(a, b) = \begin{bmatrix} \binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \binom{n}{2} & \cdots & \binom{n}{n-1} & \binom{n}{n} \\ -a & b & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -a & b & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a & b \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}.$$

(а) За произвољне $a, b \in \mathbb{R}$ и свако $n \in \mathbb{N}$ израчунати $\det M_n(a, b)$.

(б) Израчунати $\text{rang } M_6(2, -2)$.

(в) Одредити сопствене вредности и сопствене векторе матрице $M_2(0, 1)$.

2. Нека је дата права

$$(p) : \frac{x}{7} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{5} \quad \text{и равна} \quad (\alpha) : 2x - y + 2z + 2 = 0.$$

Одредити тачку $P \in p$ која је са исте стране равни α као и тачка $(1, 0, 0)$ и која је на растојању 9 од равни α .

3. Нека је функција $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ дефинисана са

$$f(x, y) = -xy^2 \cdot (x + y - 2).$$

Означимо са Δ троугао (заједно са страницама) чија су темена $A(0, 0)$, $B(2, 0)$ и $C(0, 2)$.

(а) Испитати локалне екстремне вредности функције f на \mathbb{R}^2 .

(б) Одредити најмању и највећу вредност функције f на Δ .

(в) Одредити $f(\Delta)$.

(г) Да ли је функција f равномерно непрекидна на Δ ?

4. Нека је S спољна страна површи дате једначином

$$|x - y + z| + |y - z + x| + |z - x + y| = 1.$$

Израчунати интеграл

$$\oiint_S (x - y + z) \, dy \, dz + (y - z + x) \, dz \, dx + (z - x + y) \, dx \, dy.$$