

Први тест - решења

Monday, February 1, 2021 6:42 PM



Анализа 1, 2020/2021. ПРВИ ТЕСТ
Токови 102 и 103 1. фебруар

Име и презиме: _____
Број индекса: _____
Ток: _____
Број поена: _____

На почетку сваког задатка дат је број поена колико он вреди. Форматно, укупан број поена је 10, а коначан број поена добија се дељењем укупног са 5. Молимо Вас да попуните празне правоугаонике, односно заокружите слова испред тачних одговора, а да пригом не буде писања-брисања, брљања и слично. Такође, по папиру не треба писати ништа осим онога што се тражи; поступке и све остало пишете у вежбанку коју не предајете. Нема негативних поена, али и делимично тачни одговори не носе поене. Израда теста траје 60 минута. Свим студентима желимо успешан рад!

1. [2] Дата је функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} x, & x \in (-\infty, -1) \\ 2021, & x = -1 \\ e^x, & x \in (-1, 1) \\ \frac{1}{x}, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$$

Тада је: $f\left(\left[\frac{1}{2}, 2\right]\right) = \left[\frac{1}{2}, 1\right] \cup [\sqrt{e}, e]$ и $f(\mathbb{R}) = \left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}\right) \cup \{0, e\} \cup \{2021\}$.

2. [2] Дата је функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, -2\pi) \\ \sin x, & x \in [-2\pi, 0) \\ x^3, & x \in [0, 1] \\ \ln x, & x \in (1, +\infty) \end{cases}$$

Тада је: $f^{-1}\left(\left[-\frac{1}{2}, 1\right]\right) = \left(-\infty, -\frac{2\pi}{3}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{6}, e\right]$ и $f^{-1}([0, 2]) = \left(-\infty, -\pi\right] \cup [0, e^2]$

3. [1] Нека је дата функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ и $A, B \subseteq \mathbb{R}$. Тада је (заокружити слова испред тачних одговора):

- а) $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$;
 б) Ако је f^{-1} "1-1", тада је $f^{-1}(f(A)) = A$;
в) Ако је f^{-1} "1-1", тада је $f(f^{-1}(A)) = A$;
 г) $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$;
д) Ниједан од понуђених одговора није исправан.

4. [5] Дати су скупови $A = \left\{\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^2} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$, $B = \left\{\frac{4n-2}{7n-11} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$ и $C = \left\{\frac{\operatorname{arctg} n}{\sqrt{n}} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$.

Одредити:

а) $\sup A = e$

б) $\sup B = 2$

в) $\sup(A + B) = e + 2$

г) $\inf(AB) = -\frac{e}{2}$

д) $\sup((B \setminus A) \cup C) = \frac{\pi}{2}$