

1. [15] Израчунати криволинијски интеграл $\int_{\gamma} \frac{x^2}{z\sqrt{2z^2+x^2y^2}} dl$, где је γ део криве у првом октанту која се добија пресеком површи $x^2 + y^2 = z^2$ и $y = e^z x$ од тачке $A\left(\frac{\ln 2}{\sqrt{5}}, \frac{2\ln 2}{\sqrt{5}}, \ln 2\right)$ до тачке $B\left(\frac{1}{\sqrt{e^2+1}}, \frac{e}{\sqrt{e^2+1}}, 1\right)$.

2. Нека је дат функционални низ $f_n(x) = n^\alpha x^n \ln x$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

а) [5] За које α низ конвергира тачка-по-тачка на $[\frac{1}{e}, 1]$;

б) [5] За које α низ равномерно конвергира на $[\frac{1}{e}, 1]$;

в) [5] За које α важи $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{e}}^1 f_n(x) dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx$.

3. [15] Израчунати интеграл

$$I(a) = \int_0^{\pi/2} \frac{\ln(1 + a \sin^2 x)}{\sin^2 x} dx, \quad a \geq 0.$$

4. Нека је $f(x) = \max\{0, 1 - |x|\}$ за $x \in [-\pi, \pi]$ и $f(x + 2\pi) = f(x)$ за $x \in \mathbb{R}$.

а) [8] Написати Фуријеов развој функције f ;

б) [7] Израчунати

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\cos n}{n}\right)^2.$$

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.