

1. Нека је дато пресликавање $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \begin{cases} |x_1 - x_2|, & y_1 = y_2 \\ |x_1 - x_2| + 2020, & y_1 \neq y_2 \end{cases}.$$

- а) [4] Доказати да је d метрика;
- б) [5] Испитати да ли је скуп $A_y = (-2019, 2019) \times \{y\}$ отворен за свако $y \in \mathbb{R}$;
- в) [6] Нека су дати скупови

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 + 16y + 15 = 0\} \text{ и } C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, y = 0\}.$$

Наћи дијаметре скупова B и C , као и растојање између наведених скупова.

2. Нека је дата непрекидна функција $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x-y}{e^x - e^y}, & x \neq y \\ c(x), & x = y \end{cases}.$$

- а) [4] Наћи функцију $c(x)$ за коју је функција $f(x, y)$ заиста непрекидна;
 - б) [7] Испитати диференцијабилност функције на \mathbb{R}^2 ;
 - в) [4] Испитати равномерну непрекидност функције f на \mathbb{R}^2 .
3. [15] Нека је $\mathcal{E} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 1, x^2 + y^2 = 1\}$. Одредити S и T које припадају \mathcal{E} , а које су редом најближа, односно најудаљенија тачка од координатног почетка.
4. [15] Одредити запремину тела коју ограничава површ

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = ze^{-\frac{x^2+y^2}{x^2+y^2+z^2}}.$$

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.

1. Нека је дато пресликавање $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$d(x, y) = \begin{cases} |x_1 - x_2|, & y_1 = y_2 \\ |x_1 - x_2| + 2020, & y_1 \neq y_2 \end{cases}.$$

- а) [4] Доказати да је d метрика;
- б) [5] Испитати да ли је скуп $A_y = (-2019, 2019) \times \{y\}$ отворен за свако $y \in \mathbb{R}$;
- в) [6] Нека су дати скупови

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 4y^2 + 16y + 15 = 0\} \text{ и } C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 1, y = 0\}.$$

Наћи дијаметре скупова B и C , као и растојање између наведених скупова.

2. Нека је дата непрекидна функција $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ са

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x-y}{e^x - e^y}, & x \neq y \\ c, & x = y \end{cases}.$$

- а) [4] Наћи реалну константу c за коју је дата функција заиста непрекидна;
 - б) [7] Испитати диференцијабилност функције на \mathbb{R}^2 ;
 - в) [4] Испитати равномерну непрекидност функције f на \mathbb{R}^2 .
3. [15] Нека је $\mathcal{E} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 1, x^2 + y^2 = 1\}$. Одредити S и T које припадају \mathcal{E} , а које су редом најближа, односно најудаљенија тачка од координатног почетка.
4. [15] Одредити запремину тела коју ограничава површ

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = ze^{-\frac{x^2+y^2}{x^2+y^2+z^2}}.$$

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.