

1. Нека је $X = C[0, 1]$ и нека је дато пресликавање $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$,

$$d(f, g) = \begin{cases} \max_{0 \leq x \leq 1} |f(x)| + \max_{0 \leq x \leq 1} |\alpha g(x)|, & f \neq g \\ 0, & f = g. \end{cases}$$

- а) [3] Наћи позитивну константу α за које је d метрика на X .
б) [6] Нека су дате функције $f_0(x) = 0$ и $f_1(x) = |6x - 4| - 3$. Описати отворене кугле $B(f_0, 1)$, $B(f_1, 1)$ и $B(f_1, 4)$.
в) [6] Наћи $d(B(f_0, 1), B(f_1, 1))$ и $\text{diam}(B(f_1, 4))$.

2. Нека је дата непрекидна функција

$$f(x, y) = \begin{cases} (x-1)y \ln((x-1)^2 + y^2), & (x, y) \neq (1, 0) \\ a, & (x, y) = (1, 0), \end{cases}$$

где је a реалан број.

- а) [9] Испитати диференцијабилност функције f .
б) [6] Испитати равномерну непрекидност функције f на \mathbb{R}^2 .
в) [10] Одредити локалне екстремуме функције f .
г) [5] Наћи $f(D)$, где је $D = \{(x, y) : \frac{1}{2} \leq (x-1)^2 + y^2 \leq 2\}$.
3. [15] Наћи запремину тела које је ограничено површима $z = 0$, $y = 0$, $y = x\sqrt{3}$, $x\sqrt{2} = 1$, $x^2 + y^2 + z = 1$.

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.

1. Нека је $X = C[0, 1]$ и нека је дато пресликавање $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$,

$$d(f, g) = \begin{cases} \max_{0 \leq x \leq 1} |f(x)| + \max_{0 \leq x \leq 1} |\alpha g(x)|, & f \neq g \\ 0, & f = g. \end{cases}$$

- а) [3] Наћи позитивну константу α за које је d метрика на X .
б) [6] Нека су дате функције $f_0(x) = 0$ и $f_1(x) = |6x - 4| - 3$. Описати отворене кугле $B(f_0, 1)$, $B(f_1, 1)$ и $B(f_1, 4)$.
в) [6] Наћи $d(B(f_0, 1), B(f_1, 1))$ и $\text{diam}(B(f_1, 4))$.

2. Нека је дата непрекидна функција

$$f(x, y) = \begin{cases} (x-1)y \ln((x-1)^2 + y^2), & (x, y) \neq (1, 0) \\ a, & (x, y) = (1, 0), \end{cases}$$

где је a реалан број.

- а) [9] Испитати диференцијабилност функције f .
б) [6] Испитати равномерну непрекидност функције f на \mathbb{R}^2 .
в) [10] Одредити локалне екстремуме функције f .
г) [5] Наћи $f(D)$, где је $D = \{(x, y) : \frac{1}{2} \leq (x-1)^2 + y^2 \leq 2\}$.
3. [15] Наћи запремину тела које је ограничено површима $z = 0$, $y = 0$, $y = x\sqrt{3}$, $x\sqrt{2} = 1$, $x^2 + y^2 + z = 1$.

Напомена: У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.