

1. [15] Испитати ток и нацртати график функције

$$f(x) = x + \frac{e}{\ln \frac{x+2e-1}{2} - 2}.$$

2. [15] Нека је дат низ  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  са  $x_1 = a$  и  $x_{n+1} = \sqrt{7 - \sqrt{7 + x_n}}$ ,  $n \geq 1$ . У зависности од реалног параметра  $a$ , испитати конвергенцију низа  $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  и у случају да конвергира, наћи му граничну вредност.

3. а) [3] Одредити реалне бројеве  $a_1, b_1, c_1, d_1$  и  $e_1$  тако да је  $\arcsin x = a_1 + b_1x + c_1x^2 + d_1x^3 + e_1x^4 + o(x^4)$  кад  $x \rightarrow 0$ .  
б) [3] Одредити реалне бројеве  $a_2, b_2, c_2, d_2$  и  $e_2$  тако да је  $\arctg x = a_2 + b_2x + c_2x^2 + d_2x^3 + e_2x^4 + o(x^4)$  кад  $x \rightarrow 0$ .  
в) [9] Дата је функција  $f : (-1, 0) \cup (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  са

$$f(x) = \frac{1}{x^4} \left( \arcsin 2x - \arctg 3x + \operatorname{tg} x - 11 \ln(1 + x^3) + \frac{1}{3}x^3 e^x \right).$$

Одредити константу  $a \in \mathbb{R}$  за коју је функција  $\hat{f}(x) = \begin{cases} f(x), & x \in (-1, 0) \cup (0, +\infty) \\ a, & x = 0 \end{cases}$  непрекидна.

4. [15] Дата је функција  $f \in C^2(\mathbb{R})$  која има бар три различите реалне нуле. Доказати да функција  $2019^2 f(x) - 4038 f'(x) + f''(x)$  има бар једну реалну нулу.  
5. [15] Нека  $x, y \in [e^{2018}, e^{2019}]$ . Доказати да је  $\left| \ln \frac{x^x}{y^y} \right| \leq 2020|x - y|$ .

**Напомена:** Студенти раде прва три задатка, као и један од задатака 4 или 5 по избору. У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена.