

1. Нека је низ  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  дефинисан са  $a_1 > 0$  и  $a_{n+1} = a_n + 12\sqrt[4]{a_n^3}$  за свако  $n \in \mathbb{N}$ .

- а) [2] Доказати да је низ  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  растући.
- б) [4] Испитати конвергенцију датог низа.
- в) [6] Израчунати  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{a_n}}{n}$ .

2. Израчунати:

- а) [6]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2+\dots+n}{1+3+\dots+(2n-1)} \right)^n$ .
- б) [6]  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1-e^{-\frac{1}{n}}} - \sqrt{1-\cos \frac{1}{\sqrt{n}}}}{\sqrt{\sin \frac{1}{n}}}$ .

3. Нека је функција  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  дата са:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{2}}{4} x^2, & x \in [-2, 2], \\ \sqrt[3]{x} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right), & x \notin [-2, 2]. \end{cases}$$

- а) [2] Доказати да је функција  $f$  парна.
- б) [3] Испитати непрекидност функције  $f$ .
- в) [6] Испитати диференцијабилност функције  $f$ .
- г) [3] Израчунати  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .
- д) [3] Испитати равномерно непрекидност функције  $f$  на  $\mathbb{R}$ .

4. Нека је дата функција  $f(x) = 2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ .

- а) [3] Израчунати  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .
- б) [4] Одредити извод функције  $f$  за  $x > 1$ .
- в) [2] Израчунати вредност израза  $2 \operatorname{arctg}(2023) + \arcsin \frac{4046}{1+2023^2}$ .

**Напомена:** У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена. Време за израду задатака је 180 минута.