

1. [7,5] Израчунати интеграл

$$\int_0^{\frac{5\pi}{4}} \frac{dx}{(2 + \sin^2 x)^2}.$$

2. [7,5] У зависности од реалног параметра  $p$ , испитати конвергенцију интеграла

$$\int_e^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - e^p)(\ln^3 x - 1)}}.$$

3. а) Доказати да ред  $S = \sum_{n=1}^{+\infty} \sin^3 n$  има ограничен низ парцијалних сума.

- б) [6,5] У зависности од реалних параметара  $\alpha$  и  $\beta$ , испитати условну и апсолутну конвергенцију реда

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sin^3 n \ln^\beta n}{n^\alpha}.$$

4. [7,5] Нека је  $f : [2018, 2020] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f \in C^2[2018, 2020]$  функција за коју је  $f(2018) = f(2020) = 0$  и  $|f''(x)| \leq 2019$  за све  $x \in [2018, 2020]$ . Доказати да је

$$\left| \int_{2018}^{2020} f(x) dx \right| \leq 1346.$$

Наћи све функције  $f$  за које се достиже једнакост.

5. [7,5] Испитати условну и апсолутну конвергенцију реда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \int_n^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx.$$

**Напомена:** Студенти раде прва три задатка, као и један од задатака 4 или 5 по избору. У угластим заградама је наведено колико сваки део задатка носи поена.