Математички факултет, Универзитет у Београду
Писмени испит из Анализе 1А - јануарски испитни рок
21.1.2019.

1. а) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \operatorname{arctg} \dfrac{x+1}{2x-3} - \dfrac{1}{2}x$.
   б) Наћи број решења једначине $f(x) = \alpha$ у зависности од реалног параметра α.
2. а) Испитати конвергенцију низа $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ који је задат са $x_1 = \frac{2}{9}$ и $x_{n+1} = x_n - 4x_n^2$ за $n \in \mathbb{N}$.
   б) Наћи $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n$.
3. Дата је функција $f : (-1,0)\cup(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ са $f(x) = \frac{1}{x^4}\left(e^{\operatorname{arctg} x} - \operatorname{tg} x - \operatorname{ch} x + \frac{x^3+x^2}{x+2}\ln(1+x)\right)$.
   а) Одредити константу $a \in \mathbb{R}$ за коју је функција $\widehat{f}(x) = \begin{cases} f(x), \ x \in (-1,0)\cup(0,+\infty) \\ a, \ x = 0 \end{cases}$ непрекидна.
   б) Испитати диференцијабилност функције $\widehat{f}$ на $(-1,+\infty)$.
4. Нека је $f : (0,1) \to \mathbb{R}$ функција задата са $f(x) = x \sin\frac{1}{x}$.
   а) Испитати равномерну непрекидност функције f на интервалу $(0,1)$.
   б) Испитати да ли је функција f Липшицова на интервалу $(0,1)$.
5. Нека је f непрекидна на $[a,b]$, диференцијабилна на (a,b) и различита од нула за све $x \in (a,b)$. Доказати да постоји $c \in (a,b)$ тако да је $\frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c}$.

Напомена: Студенти раде прва три задатка, као и један од задатака 4 или 5 по избору.

Математички факултет, Универзитет у Београду
Писмени испит из Анализе 1А - јануарски испитни рок
21.1.2019.

1. а) Испитати ток и скицирати график функције $f(x) = \operatorname{arctg} \dfrac{x+1}{2x-3} - \dfrac{1}{2}x$.
   б) Наћи број решења једначине $f(x) = \alpha$ у зависности од реалног параметра α.
2. а) Испитати конвергенцију низа $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ који је задат са $x_1 = \frac{2}{9}$ и $x_{n+1} = x_n - 4x_n^2$ за $n \in \mathbb{N}$.
   б) Наћи $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n$.
3. Дата је функција $f : (-1,0)\cup(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ са $f(x) = \frac{1}{x^4}\left(e^{\operatorname{arctg} x} - \operatorname{tg} x - \operatorname{ch} x + \frac{x^3+x^2}{x+2}\ln(1+x)\right)$.
   а) Одредити константу $a \in \mathbb{R}$ за коју је функција $\widehat{f}(x) = \begin{cases} f(x), \ x \in (-1,0)\cup(0,+\infty) \\ a, \ x = 0 \end{cases}$ непрекидна.
   б) Испитати диференцијабилност функције $\widehat{f}$ на $(-1,+\infty)$.
4. Нека је $f : (0,1) \to \mathbb{R}$ функција задата са $f(x) = x \sin\frac{1}{x}$.
   а) Испитати равномерну непрекидност функције f на интервалу $(0,1)$.
   б) Испитати да ли је функција f Липшицова на интервалу $(0,1)$.
5. Нека је f непрекидна на $[a,b]$, диференцијабилна на (a,b) и различита од нула за све $x \in (a,b)$. Доказати да постоји $c \in (a,b)$ тако да је $\frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c}$.

Напомена: Студенти раде прва три задатка, као и један од задатака 4 или 5 по избору.