

1. Одредити $\sup A$, $\inf A$, $\min A$, $\max A$ (ако постоје) за

а) [5п] $A = \{n + \frac{10}{n} : n \in \mathbb{N}\}$,

б) [6п] $A = \{x + \frac{10}{x} : x \in \mathbb{Q}^+\}$,

2. Нека је $a_0 > 1$. Низ (a_n) дат је на следећи начин $a_n = \frac{1}{2} \left(a_{n-1} + \frac{1}{a_{n-1}} \right)$ за $n \in \mathbb{N}$.

а) [7п] Испитати конвергенцију низа (a_n) и одредити граничну вредност ако постоји.

б) [6п] Израчунати $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(e^{(\frac{a_n}{n})^2} - \frac{1}{\cos \frac{a_n}{n}} \right) n^2$.

3. Нека је $f(x) = \ln(|x|(x-1))$

а) [6п] Испитати ток и нацртати график функције f .

б) [7п] Одредити тачку графика функције f која је најближа правој $y = x + 4$.

4. Нека су $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ и $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ парне, диференцијабилне функције, такве да важи

$$\max_{x \in [1,3]} f(x) = \max_{x \in [1,3]} g(x).$$

Доказати:

а) [7п] $(\exists c \in [1,3]) f(c) = g(c)$

б) [6п] $(\exists \xi \in \mathbb{R}) f'(\xi) = g'(\xi)$.