Увод у теорију узорака

Прост случајан узорак без понављања

$$\boxed{n \geq \frac{1}{\frac{1}{n_0}+\frac{1}{N}},\ \ n_0 = \left(\frac{\sigma z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\Delta}\right)^2}$$

Узорковање са неједнаким вероватноћама избора

Hansen-Hurwitz-ове оцене

$D\big(\hat{\tau}_\psi\big)$	$\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{N}\psi_k\big(\frac{y_k}{\psi_k}-\tau\big)^2$
$\widehat{D\big(\hat{\tau}_\psi\big)}$	$\frac{1}{n(n-1)}\sum\limits_{k\in\mathcal{R}}\left(\frac{y_k}{\psi_k}-\hat{\tau}_\psi\right)^2$

Horvitz-Thompson-ове оцене

$D\big(\hat{\tau}_\pi\big)$	$\sum\limits_{k=1}^{N}\frac{1-\pi_k}{\pi_k}{y_k}^2+\sum\limits_{k=1}^{N}\sum\limits_{\substack{l=1\\l\neq k}}^{N}\frac{\pi_{kl}-\pi_k\pi_l}{\pi_k\pi_l}y_ky_l$
$\widehat{D\big(\hat{\tau}_\pi\big)}$	$\sum\limits_{k\in S'}\left(\frac{1}{\pi_k^2}-\frac{1}{\pi_k}\right)y_k^2+\sum\limits_{k\in S'}\sum\limits_{\substack{l\in S'\\l\neq k}}\left(\frac{1}{\pi_k\pi_l}-\frac{1}{\pi_{kl}}\right)y_ky_l$
	$\frac{1}{2}\sum\limits_{k\in S}\sum\limits_{\substack{l\in S\\l\neq k}}\frac{\pi_k\pi_l-\pi_{kl}}{\pi_{kl}}\left(\frac{y_k}{\pi_k}-\frac{y_l}{\pi_l}\right)^2$

Количничко оцењивање на основу простог случајног узорка без понављања

$D\big(b\big)$	$\frac{1}{m_x^2}\cdot\frac{\sigma_d^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)$
$\widehat{D\big(b\big)}$	$\frac{1}{m_x^2}\cdot\frac{\overline{S_e^2}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)$
	$\frac{1}{\overline{X}^2}\cdot\frac{S_e^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)$

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left(y_k-Bx_k\right)^2$$

$$\overline{S_e^2} = \frac{1}{n-1}\sum_{k\in S}\left(y_k-bx_k\right)^2$$

Регресионо оцењивање на основу простог случајног узорка без понављања

	$b = b_1$	$b_1 = \hat{B}_1 = \frac{\sum_{k\in S}\left(x_k-\overline{X}\right)\left(y_k-\overline{Y}\right)}{\sum_{k\in S}\left(x_k-\overline{X}\right)^2}$
$D\left(\widehat{m}_Y^{lr}\right)$	$\frac{\sigma_d^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)$	$\frac{\sigma_d^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)$
$\widehat{D\left(\widehat{m}_Y^{lr}\right)}$	$\frac{\overline{S}_e^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)$	$\frac{\overline{S}_e^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)$

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left(y_k-\left(m_Y+b_1\cdot\left(x_k-m_X\right)\right)\right)^2$$

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left(y_k-\left(m_Y+B_1\cdot\left(x_k-m_X\right)\right)\right)^2$$

$$\overline{S}_e^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{k\in S}\left(y_k-\left(\overline{Y}+b_1\cdot\left(x_k-\overline{X}\right)\right)\right)^2$$

Регресионо оцењивање на основу узорковања са неједнаким вероватноћама избора

$$\boxed{b_1 = \frac{\sum_{k\in S'}\frac{1}{\pi_k}\left(x_k-\frac{\hat{\tau}_X}{N_\pi}\right)\left(y_k-\frac{\hat{\tau}_Y}{N_\pi}\right)}{\sum_{k\in S'}\frac{1}{\pi_k}\left(x_k-\frac{\hat{\tau}_X}{\hat{N}_\pi}\right)^2}}$$

Стратификован случајан узорак без понављања

Методи за одређивање обима узорка по стратумима

оптимални	оптимални $Neyman$-ов
$n_h = n\cdot\frac{\frac{N_h\cdot\sigma_h}{\sqrt{c_h}}}{\sum_{l=1}^{L}\frac{N_l\cdot\sigma_l}{\sqrt{c_L}}}$	$n_h = n\cdot\frac{N_h\cdot\sigma_h}{\sum_{l=1}^{L}N_l\cdot\sigma_l}$

Групни узорак код кога се примарне јединице бирају као прост случајан узорак

$D\left(\hat{\tau}_Y^{\mu}\right)$	$\frac{N^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\sigma_\tau^2$
$\widehat{D\left(\hat{\tau}_Y^{\mu}\right)}$	$\frac{N^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\overline{S}_\tau^2$

$$\overline{S}_\tau^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{l\in S}\left(\tau_l-\overline{Y}_\tau\right)^2$$

Количничке оцене

$D\left(\hat{t}_Y^r\right)$	$\frac{N^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\cdot\frac{1}{N-1}\sum_{l=1}^{N}\left(\tau_l - m_Y\cdot M_l\right)^2$
$\widehat{D\left(\hat{t}_Y^r\right)}$	$\frac{N^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\cdot\frac{1}{n-1}\sum_{l\in S}\left(\tau_l - b\cdot M_l\right)^2$
	$\left(\frac{M}{N}\cdot\frac{n}{\sum_{l\in S}M_l}\right)^2\cdot\widehat{D\left(\hat{t}_Y^r\right)}$

Групни узорак код кога се примарне јединице бирају са вероватноћама пропорционалним величини

Hansen-Hurwitz-ове оцене

$D\left(\hat{\tau}_Y^{\psi}\right)$	$\frac{M}{n}\sum_{k=1}^{N}M_k\left(\frac{\tau_k}{M_k}-m_Y\right)^2$
$\widehat{D\left(\hat{\tau}_Y^{\psi}\right)}$	$\frac{M^2}{n(n-1)}\sum_{k\in\mathcal{R}}\left(m_k-\frac{\hat{\tau}_Y^{\psi}}{M}\right)^2$

Систематски узорак

$D\left(\hat{m}_Y^{sys}\right)$	$\frac{1}{n^2K}\sum_{l=1}^{K}\left(\tau_l-\frac{\tau_Y}{K}\right)^2$

Двоетапни узорак

$D\left(\hat{t}_Y^u\right)$	$\frac{N^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\sigma_\tau^2+\frac{N}{n}\sum_{l=1}^{N}\frac{M_l^2}{n_l}\left(1-\frac{n_l}{M_l}\right)\sigma_l^2$
$\widehat{D\left(\hat{t}_Y^u\right)}$	$\frac{N^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\overline{S}_\tau^2+\frac{N}{n}\sum_{l\in S}\frac{M_l^2}{n_l}\left(1-\frac{n_l}{M_l}\right)\overline{S}_l^2$

$$S_\tau^2=\frac{1}{n-1}\sum_{l\in S}\left(\hat{\tau}_l-\overline{Y}_\tau\right)^2$$
$$S_l^2=\frac{1}{n_l-1}\sum_{k\in S_l}\left(y_{lk}-\overline{Y}_l\right)^2$$

Количничке оцене

$D\left(\hat{t}_Y^r\right)$	$\frac{N^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\cdot\frac{1}{N-1}\sum_{l=1}^{N}\left(\tau_l-m_Y\cdot M_l\right)^2+\frac{N}{n}\sum_{l=1}^{N}\frac{M_l^2}{n_l}\left(1-\frac{n_l}{M_l}\right)\sigma_l^2$
$\widehat{D\left(\hat{t}_Y^r\right)}$	$\frac{N^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)\cdot\frac{1}{n-1}\sum_{l\in S}\left(\hat{t}_l-\hat{b}\cdot M_l\right)^2+\frac{N}{n}\sum_{l\in S}\frac{M_l^2}{n_l}\left(1-\frac{n_l}{M_l}\right)\overline{S}_l^2$