

ПОМОЋ ПРИ СПРЕМАЊУ ИСПИТА ИЗ ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА Б (МНВЛ) и ДИФЕРЕНЦИЈАЛНИХ ЈЕДНАЧИНА (Р)

асистент: Душан Дробњак

Разни програмски пакети могу бити корисни при спремању ових испита. Они вам неће решити задатке, али могу вам помоћи да прескочите мукотрпан рачун, посебно са матрицама. Овде ће бити кратко описано како у језику *Matlab* можете да манипулишете матрицама. Наравно, то је само један од алата који је згодан за матричне податке, а ако се боље сналазите са другим језицима (нпр. *Python*), истражите како вам то може помоћи.

ДЈ и ДЈБ - Манипулација матрицама.

Све команде можете писати у командној линији, нема потребе да правите скрипте.

- Прављење матрице. Ако желите да направите матрицу

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix},$$

куцаћете

$$A = [-1 \ 2; \ 0 \ -3].$$

Дакле, елементе исте врсте одвајате размаком, а нову врсту започињете карактером ;.

- Множење матрица. Успоставља се операцијом *. На пример команда $C=A*A$ даје

$$C = [1 \ -8; \ 0 \ 9].$$

- Команда `inv` за инвертовање матрице. Ако на A примените $B = \text{inv}(A)$, добићете

$$B = [-1 \ -0.6667; \ 0 \ -0.3333],$$

одакле је јасно да је стварна вредност

$$B = A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2/3 \\ 0 & -1/3 \end{bmatrix}.$$

Matlab заокружује на 4 децимале, као што видите. Наравно, можете позвати и само `inv(A)` у случају да не желите да је сачувате у променљиву.

- Команда `eig` за сопствене вредности и векторе. Позивајући $sv = \text{eig}(A)$ добијамо низ (односно колону) сопствених вредности, у овом случају

$$sv = [-1; \ -3].$$

Позивањем исте команде на начин $[T, D] = \text{eig}(A)$ ће направити матрице

$$T = [1 \ -0.7071; \ 0 \ 0.7071] \text{ и } D = [-1 \ 0; \ 0 \ -3].$$

Матрица $T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$ представља дијагоналну матрицу сличну почетној, а $T = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$ је матрица

преласка. Ако поделимо T по колонама, приметимо да је $\gamma_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ сопствени вектор који одговара соп-

ственој вредности -1 и да је $\gamma_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ сопствени вектор који одговара сопственој вредности

-3 . Матлаб нормира ове векторе тако да важи $\|\gamma_1\| = \|\gamma_2\| = 1$. Овде важи $A = TDT^{-1}$, што се можемо уверити ако позовемо

$$T*D*inv(T).$$

Експериментишите даље са поновљеним сопственим вредностима и комплексним сопственим вредностима.

ДЈБ - Фазни портрети.

Можете користити неки од онлајн цртача фазних портрета, нпр. [плотер 1](#), [плотер 2](#), [плотер 3](#), итд.