

Диференцијалне једначине а - МН смерови  
Домаћи - дванаеста недеља

асистент: Филип Броћић

- 1) Наћи векторско поље којим је генерисано дејство

$$\phi_t(x, y) = (x \cos(t) + y \sin(t), -x \sin(t) + y \cos(t)).$$

- 2) Нека је  $F : \mathbb{R} \rightarrow (1, +\infty)$  непрекидна функција показати да једначина

$$x'(t) = F(x(t)), \quad x(t_0) = x_0$$

има јединствено решење за свако  $x_0, t_0 \in \mathbb{R}$ .

- 3) Примером показати да се фазне криве у неаутономном систему могу пресећи.

- 4) Нека је  $F : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  непрекидна функција таква да је  $F(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$ . Ако важи

$$|F(x) - F(y)| \geq |x - y|^p, \quad 0 < p < 1$$

за  $x$  и  $y$  из неке околине тачке  $x_0$ , показати да једначина

$$x'(t) = F(x(t)), \quad x(0) = x_0$$

има бар два решења.

- 5) Испитати да ли једначина

$$x'(t) = x^{\frac{2}{3}}(t), \quad x(t_0) = 0$$

има јединствено решења.

- 6) Да ли једначина

$$x'(t) = x^2(t) + 1, \quad x(t_0) = x_0$$

има јединствено решење? Пронаћи максималан интервал за свако решење. Да ли је то у супротности са Теоремом о продужењу?

- 7) Показати да једначина

$$x'(t) = |x(t)|, \quad x(t_0) = x_0$$

има јединствено решење иако *векторско поље* није класе  $C^1$ .